

DER GROSSE WURF

JUST

MAHE

A

THROW



Internationales Finale der Alympiade

13./14. März 2020

Garderen, Niederlande

IMPRESSUM

Die Mathematik-Alympiade wird vom Freudenthal Institut, Universität Utrecht, ausgerichtet. Die Kommission der Olympiade ist für die Organisation des Wettbewerbs und die Erstellung der Aufgaben verantwortlich.

Die Mitglieder der Kommission sind:

Marcel Daems

Gymnasium Sorghvliet, Den Haag

Eric van Dijk

Lorentz Casimir Lyceum Eindhoven

Tom Goris

Fontys Lerarenopleiding, Tilburg

Dédé de Haan

Freudenthal Instituut, Utrecht & NHL Hogeschool, Leeuwarden

Senta Haas

Städtisches Gymnasium Hennef, Hennef, Deutschland

Kim Kaspers

Murmellius Gymnasium, Alkmaar

Johan van de Leur

Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht

Matthias Lippert

Bezirksregierung Köln, Deutschland

Ruud Stolwijk

CITO, Arnhem & Vrijeschool Zutphen VO

Monica Wijers

Freudenthal Instituut, Utrecht

Sekretariat:

Mariozee Wintermans

Freudenthal Instituut, Utrecht

Die Olympiade wird **unterstützt** durch:

- Das Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen
- Den Landesverband Mathematikwettbewerbe in Nordrhein-Westfalen
- Das Ministerium für Bildung, Kultur und Wissenschaft der Niederlande
- CASIO, Amstelveen
- Texas Instruments, Utrecht
- Fontys Lehrerbildung, Tilburg

ARBEITSANWEISUNG FÜR DIE FINALAUFGABE DER MATHEMATIK-ALYMPIADE 2020

VORAB:

- Lest zunächst die gesamte Aufgabenstellung durch, damit ihr einen Überblick darüber bekommt, was an diesem Wochenende alles zu erledigen ist.
- Kontrolliert, ob ihr die Datei auf dem USB-Stick öffnen könnt.
Die folgende Datei findet ihr auf dem Stick: Aufgabenstellung *Finale Alympiade2020* (auf Niederländisch, Englisch und Deutsch)

ZEITPLANUNG:

- Behaltet die Zeit im Blick, während ihr die unterschiedlichen Teilaufgaben bearbeitet.
- Es muss ein Bericht abgegeben und eine Präsentation vorbereitet werden. Weitere Informationen zur Präsentation erhaltet ihr im Laufe des Wochenendes.
- Verteilt die Aufgaben untereinander, soweit dies möglich ist, und überlegt euch hierfür eine sinnvolle Zeiteinteilung.
- Am Samstagmittag müsst ihr vor dem Mittagessen (also spätestens um 12.30 Uhr) einen Stick mit eurer Ausarbeitung (als ein Dokument) abgeben.

ABGABE:

Samstagmittag spätestens um 12.30 Uhr: USB-Stick mit der kompletten Ausarbeitung

- Gebt eure Ausarbeitung als ein digitales Dokument ab, am besten im pdf-Format.
- Probiert auf verschiedenen Computern aus, ob euer pdf-Dokument gelesen werden kann.
- Die Mitglieder der Jury erhalten digitale Kopien der von euch abgegebenen Datei. Ihr könnt also auch mit Farben arbeiten.
- Für die Lesbarkeit eurer digitalen Ausarbeitung seid ihr selbst verantwortlich.

BEWERTUNG:

Fasst alle Untersuchungen zu einem Bericht zusammen, der ohne Kenntnis der Aufgabenstellung gut zu verstehen ist. Zentraler Bestandteil eurer Ausarbeitung ist die Bearbeitung der Abschlussaufgabe inklusive aller hierfür wichtigen Überlegungen und Argumente.

Bei der Bewertung des Berichts werden u.a. die folgenden Aspekte berücksichtigt:

- die Ausarbeitung zu den Aufgaben 1 bis 4 sowie zur Abschlussaufgabe;
- die Vollständigkeit der Bearbeitung der verschiedenen Aufgaben;
- der Gebrauch von Mathematik;
- die verwendete Argumentation und die Begründung der getroffenen Entscheidungen;
- der Tiefgang, mit dem die unterschiedlichen Aufgaben beantwortet wurden;
- die Darstellung der Ergebnisse: äußere Form, Zusammenhang, Lesbarkeit, Abbildungen, usw.
- Originalität und Kreativität

Viel Spaß und viel Erfolg!!

Vorab...

An jedem Tisch wird einige Male mit Legosteinen gewürfelt. Diese können auf verschiedene Arten auf dem Tisch liegen bleiben: auf der Seite, mit den „Noppen“ nach oben, mit den „Noppen“ nach unten. An jedem Tisch wird notiert, wie oft welche Lage vorkommt. Diese Anzahlen werden auf ein Blatt Papier geschrieben und bei den Organisatoren abgegeben. Später an diesem Final-Wochenende werden sie noch eine Rolle spielen.

Jetzt erhält jedes Team einen Satz „normale“ und einen Satz „besondere“ Würfel.

Einleitung...

Ihr habt bestimmt schon mal Kniffel (oder Yahtzee) oder ein anderes Würfelspiel gespielt, bei dem man überlegen muss, ob man die Würfel ein weiteres Mal werfen soll oder nicht. Wovon hängt diese Entscheidung ab? In dieser Aufgabe nehmt ihr einige Würfelspiele unter die Lupe und untersucht verschiedene Punktesysteme und ihre Auswirkungen auf den Reiz des Spiels.

Aufgabe 1: Keine Sechs

Spiel „Keine Sechs“

Spielregeln: In jeder Runde darf man mit einem normalen Würfel so oft würfeln wie man möchte. Wenn man eine 6 würfelt, muss man aufhören.

Punktesystem A

Wenn man eine 6 würfelt, bekommt man keine Punkte. Hört man auf, bevor man eine 6 gewürfelt hat, so erhält man die folgende Punktzahl:
Wenn man nach dem 1. Wurf aufhört, erhält man so viele Punkte wie die gewürfelte Augenzahl anzeigt. Hört man nach dem 2. Wurf auf, so erhält man das Doppelte der zuletzt gewürfelten Augenzahl. Hört man nach dem 3. Wurf auf, so erhält man das Dreifache der zuletzt gewürfelten Zahl, usw.

Punktesystem B

Wenn man eine 6 würfelt, bekommt man keine Punkte. Hört man auf, bevor man eine 6 gewürfelt hat, so erhält man die Summe aller bis dahin gewürfelten Augenzahlen.

- a) Spielt dieses Spiel einige Male mit beiden Punktesystemen und notiert jeweils den Verlauf der Spiele.

Arie spielt dieses Spiel und hat in den ersten sechs Runden die folgenden Augenzahlen gewürfelt: $5 - 2 - 4 - 2 - 1 - 4$.

- b) Berechnet für beide Punktesysteme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Arie besser abschneidet, wenn er noch einmal würfelt.
- c) Bei welchem Punktesystem ist die Wahrscheinlichkeit, viele Punkte zu erreichen, im Allgemeinen am größten? Unterscheidet hierbei zwischen Spielern, die gerne ein Risiko nehmen und Spielern, die eher vorsichtig spielen. Begründet eure Antworten mit Beispielen und Rechnungen. Die Ergebnisse aus a) und b) dürft ihr natürlich verwenden.

Aufgabe 2: Summe-Produkt

Spiel „Summe-Produkt“

Spielregeln: Man würfelt in jeder Runde mit 2 normalen Würfeln.
Insgesamt darf man maximal drei Mal würfeln.

Punktesystem A

Die Punktzahl ergibt sich aus der Summe der Augenzahlen des letzten Wurfs.

Punktesystem B

Die Punktzahl ergibt sich aus dem Produkt der Augenzahlen des letzten Wurfs.

Spielt das Spiel „Summe-Produkt“ einige Male mit den verschiedenen Punktesystemen und notiert jeweils den Verlauf der Spiele.

Bei welchem Punktesystem ist die Wahrscheinlichkeit für viele Punkte im Allgemeinen am größten? Unterscheidet hierbei zwischen Spielern, die gerne ein Risiko nehmen und Spielern, die eher vorsichtig spielen. Begründet eure Antworten mit Beispielen und Rechnungen.

Aufgabe 3: Gleiche Augenzahlen

Spiel „Gleiche Augenzahlen“

Spielregeln: Man würfelt mit 5 normalen Würfeln und darf maximal dreimal würfeln.
Bei jedem Wurf darf man entscheiden, ob man einen oder mehrere Würfel liegen lässt, so dass diese beim nächsten Wurf nicht mitgewürfelt werden. Zur Ermittlung der Punkte schaut man, ob man eine bestimmte Augenzahl mehrfach geworfen hat:

| Augenzahl | Punktesystem A | Punktesystem B |
|--------------------------|--|--|
| keine Augenzahl mehrfach | Summe aller Augenzahlen (= Augensumme) | Summe aller Augenzahlen (= Augensumme) |
| 2 mal dieselbe Augenzahl | 5 Punkte + Augensumme | 5 mal die Augenzahl, die doppelt vorkommt |
| 3 mal dieselbe Augenzahl | 10 Punkte + Augensumme | Keine Punkte |
| 4 mal dieselbe Augenzahl | 15 Punkte + Augensumme | 15 mal die Augenzahl, die viermal vorkommt |
| 5 mal dieselbe Augenzahl | 20 Punkte + Augensumme | Keine Punkte |

Spielt das Spiel „Gleiche Augenzahlen“ mit 5 normalen Würfeln einige Male mit den verschiedenen Punktesystemen und notiert jeweils den Verlauf.

- a) Bei welchem Punktesystem ist die Wahrscheinlichkeit für viele Punkte im Allgemeinen am größten? Unterscheidet hierbei zwischen Spielern, die gerne ein Risiko nehmen und Spielern, die eher vorsichtig spielen. Begründet eure Antworten mit Beispielen und Rechnungen.
- b) Spielt das Spiel „Gleiche Augenzahlen“ mit den 5 „besonderen“ Würfeln, die ihr am Freitag erhalten habt (s. Foto). Untersucht auch hierbei die Auswirkungen der beiden Punktesysteme.
- c) Was sind Unterschiede und Gemeinsamkeiten zwischen den Spielen aus 3 a) und 3 b)? Welches Spiel findet ihr attraktiver und warum? Begründet eure Antwort mit Beispielen und Rechnungen.



Aufgabe 4: Andere Aspekte...

Ihr habt bei allen Spielen untersucht, bei welchem Punktesystem die Wahrscheinlichkeit für viele Punkte im Allgemeinen am größten ist. Das ist natürlich nicht der einzige Aspekt, der ein Spiel attraktiv macht.

Welche anderen Aspekte in Bezug auf Spielregeln und das Punktesystem sorgen dafür, dass ein Spiel reizvoll wird? Erläutert eure Antwort.

Abschlussaufgabe...

Freitagmorgen haben wir mit Legosteinen gewürfelt. Die Tabelle mit den Ergebnissen der Würfe erhaltet ihr am Freitagabend.

Ihr müsst dann ein Spiel mit den folgenden Spielregeln entwerfen:

Spielregeln:

- Man würfelt mit 6 „Steinen“: 2 Legosteine, 2 „normale“ Würfel und 2 „besondere“ Würfel.
- Bei jedem Wurf muss mindestens 1 Stein liegen bleiben – dieser darf also nicht nochmal gewürfelt werden (d.h. nach maximal 6 Würfeln ist die Runde zu Ende).

Entwerft ein attraktives Spiel für mehrere Spieler mit einem Punktesystem unter Berücksichtigung der obigen Spielregeln. Sorgt dafür, dass die Spielanleitung (die vor dem Spiel gelesen werden muss) kurz ist, und dass auch die Spieldauer nicht zu lang ist.

Erläutert in eurer Ausarbeitung, warum dieses Spiel aus eurer Sicht interessant ist. Geht dabei sowohl auf das Punktesystem als auch auf andere Faktoren ein. Berücksichtigt auch eure Untersuchungen und Überlegungen aus den vorherigen Aufgaben.

Erklärt in eurer Ausarbeitung, warum ihr genau diese beiden „besonderen“ Würfel ausgewählt habt. (Ihr könntet ja immerhin aus 5 verschiedenen wählen.)

Abschluss...

Beim Abschluss dieses Wochenendes (Samstagmittag nach dem Essen) werden einige eurer selbst entwickelten Spiele mit den entsprechenden Punktesystemen gespielt. Sorgt also dafür, dass eure Spielregeln und Punktesysteme für jeden gut verständlich sind.