

Die niederländische Mathematik A-lympiade



Die Aufgaben der Vorrunden 1990 bis 2001

in deutscher Übersetzung

Inhaltsverzeichnis

Allgemeine Hilfestellung für die Kollegen	i
Vorrunde 1990-1991: Die grüne Welle	1
Vorrunde 1991-1992: Das Wissenschaftsmuseum	3
Vorrunde 1992-1993: Das Bevorraten von Filialen	5
Vorrunde 1993-1994: Entscheiden durch Abstimmen	7
Vorrunde 1994-1995: Small car GmbH	10
Vorrunde 1995-1996: Aufzüge	16
Vorrunde 1996-1997: Sicherheit ist eine Kunst für sich	19
Vorrunde 1997-1998: Rubbellose	22
Vorrunde 1998-1999: Der Beste gewinnt	24
Vorrunde 1999-2000: Glatteis in Zeist	27
Vorrunde 2000-2001: Die Medallenernte bei den olympischen Spielen	30
Vorrunde 2001-2002: Gebietsneuordnung	34

Allgemeine Hilfestellung für die Kollegen

aus: 10 Jaar Wiskunde A-lympiade, Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

Was sind die Lehrziele der A-lympiade?

Die A-lympiade ist 1989 ins Leben gerufen worden, um Schülern eine Chance zu geben, ihre Qualitäten in problemlösenden („höheren“) Fertigkeiten zu zeigen, weil diese Fertigkeiten nicht auf andere Weise (sicher nicht durch CSE) getestet wurden. Dadurch entstand die Angst, dass diese Fähigkeiten überhaupt nicht mehr erscheinen würden.

„Strategische Fertigkeiten“ wie Problemlösen, Entwerfen, Untersuchen und kommunikative Fähigkeiten werden betont und abgetestet mithilfe von A-lympiade-Aufgaben. Hierbei sind sowohl der Prozess als auch das Endergebnis wichtig.

Wiewohl es Sache des Lehrers ist, die verschiedenen Fertigkeiten, die zur Bearbeitung einer Aufgabe nötig sind, zu gewichten, ist es immer das Ziel der A-lympiade gewesen, mehr Nachdruck zu legen auf die Begründung der getroffene Wahlentscheidungen, auf die Argumentation dazu, als auf die Entscheidungen selbst; die Betonung liegt mehr auf dem Prozess als auf dem Produkt.

Was müssen Wiskunde A-lympiade -Aufgaben leisten?

Die Konstruktionsbedingungen für alle Aufgaben sind:

- Vorkenntnisse dürfen nicht höher sein als auf 4-vwo Niveau;
- das Thema muss interessant genug sein - die Aufgabe muss in einem wiedererkennbaren Kontext präsentiert werden;
- es muss Variationsmöglichkeiten der benötigten Fähigkeiten geben;
- es muss ein realistisches Problem sein;
- es muss die Möglichkeit geben, getroffenen Entscheidungen quantitativ zu stützen - Mathematik muss (auf verschiedene Arten und verschiedenen Niveaus) eingesetzt werden können;
- es muss mehrere Lösungsmöglichkeiten für das Problem geben;
- jedes Team muss etwas mit der Aufgabe anfangen können und die Aufgabe muss hinreichend unterscheidend (diskriminierend) sein.

Ein Problem, das die Kommission nicht lösen kann und das nur auf Schulebene gelöst werden kann, ist, dass die Schüler ausschließlich auf „die Lösung“ hinarbeiten, anstatt zu argumentieren und getroffene Entscheidungen zu verantworten. Einige Beispiele:

- bei der Finalrunde 1992-1993 wurde nach einem durchdachten System gefragt, viele Teams liefern aber lieber eine (alleserklärende) Formel;
- bei der Vorrunde 1995-1996 wurde eine schnellste Lösung erwartet. Schüler verlassen die Realität völlig, wenn sie Vorschläge für den Betrieb von Aufzügen bringen, die in der Praxis nicht durchführbar sind: „Lift 1 fährt um $8.45'10''$ zu Stockwerk 3, 4 und

5; um 8.52'45“ zu den Stockwerken 6, 7 und 8.“ Der letzte „Modellierungs-Schritt“, das eigene System wieder an der Realität zu überprüfen, wird kaum geleistet.

- bei der Vorrunde 1998-1999 wurde ein Beurteilungssystem mit sinnvoller, vertretbarer Begründung erwartet; die Schüler bringen alle ein Beurteilungssystem, erklären aber nicht, warum es gerade so aussieht, welche Entscheidungen sie warum getroffen haben, warum ihre Lösung ihrer Meinung nach das beste System ist. Die Beschreibung dieses Entscheidungsprozesses ist bei der Wiskunde A-lympiade viel interessanter als das System selbst, aber immer wieder zeigt sich, dass die Schüler selbst mehr an dem Produkt als an dem Prozess interessiert sind.

Kurzum: es ist schwierig, eine gute Aufgabe zu konstruieren, es ist noch schwieriger die Schüler in diesem Prozess den Weg gehen zu lassen, den wir sie gehen lassen wollen.

Wie können Lehrer Aufgaben suchen?

Viele gesellschaftliche und logistische Probleme bieten sich für eine Umarbeitung in eine Aufgabe an. Wichtig ist dabei, dass das Problem auf die eine oder andere Weise fassbar wird, dass nicht jede Lösung durch zu wenig Kenntnis des Problems auf die selbe Herangehensweise führt, und dass qualitative Entscheidungen irgendwie quantifizierbar gemacht werden können, ohne dass dies ein „Aus den Fingern Saugen“ wird.

In Kapitel 8 wird das Entstehen einer Aufgabe ausführlich beschrieben.

Unterschiede zwischen Vorrunde- und Finale-Aufgaben

Die Konstruktion einer A-lympiade -Aufgabe geschieht wie folgt:

Für die Vorrunde sucht man nach einer Aufgabe, die dem Schüler vertraut und wiedererkennbar vorkommt. Diese Aufgaben scheinen eine Brücke schlagen zu wollen zwischen den Examensaufgaben (die die Lernziele am Ende auf eine objektiv zu beurteilende Weise testen) und einer Finale-Aufgabe, die sehr frei, offen und unvorhersagbar ist. Die Vorrunde ist eine Gruppenarbeit, aber häufig noch von geschlossenerem und besser vorherzusehendem Charakter als dann die Finale-Aufgabe. Das Einstiegsproblem ist immer von der Art, dass alle Teams an die Arbeit gehen können. Für das Finale sind die Vorgaben klar: eine Aufgabe, die nicht zuviel Vorkenntnis erfordert, beginnend mit einer Anzahl Einstiegsfragen, eine Problemstellung, die real und offen ist und die viele Möglichkeiten bietet, eigene Ideen zu entwickeln und Kreativität zu zeigen. Die Ausarbeitung muss deutlich ein Gruppenprodukt werden. Es wird davon ausgegangen, dass viel Zeit zum Überlegen benötigt wird, um das Problem in den Griff zu bekommen. Und es wird von den Schülern erwartet, dass sie Zeit reservieren, um eine schöne, in guter Form dargestellte Präsentation zu erstellen.

Denn auch das „In Worte Fassen eines schriftlichen Berichtes“ zu einer guten mathematischen Lösung gehört zu den höheren Fertigkeiten. Hinzu kommt, dass im Laufe der letzten Jahre eine kurze mündliche Präsentation der Finale-Arbeit eine immer größere Rolle spielt. Eine Finale-Aufgabe sollte nicht unbedingt als erste Begegnung mit einem „Praktischen Auftrag“ in der Oberstufe dienen.

Beurteilung durch die Lehrer

Mit jeder Aufgabe (ob Vorrunde oder Finale) werden den Schülern die folgenden Tipps mitgegeben:

- Lies das Problem in seiner Gänze durch.

- Ausarbeitungen dürfen auf verschiedene Arten abgegeben werden: Zeichnungen, Text usw.
- Bei der Bewertung der Lösung wird vor allem nach den Lösungsmethoden geschaut.
- Bei der Beurteilung wird nicht nur auf die Qualität, sondern auch auf das Begründen (Verantworten) der Lösung geachtet.
- „Gute“ Ausarbeitungen können verschieden bewertet werden, abhängig von angefügten Begründungen, Ausführung usw.
- Gegebenheiten, die dir fehlen, darfst du schätzen oder ausdenken.
- Das letztendliche Arbeitsergebnis muss eine logische Geschichte werden, die als selbständiges Ganzes, das heißt ohne die Aufgabe daneben zu haben, zu lesen ist.

Die Lehrer erhalten diese Tipps:

„Das Ziel der Beurteilung ist es, zu einer Reihenfolge in der Qualität zu gelangen. Dies gelingt am besten, wenn einige Kriterien formuliert werden. Die Beurteilungskriterien teilen sich auf in zwei Sorten.

1. Zuerst allgemeine Kriterien an die Darstellung des Berichts zu einer derartigen Aufgabe. Beispielsweise:
 - Gesamteindruck beim Durchblättern wie: Einteilung, Struktur, Übersichtlichkeit;
 - Lesbarkeit und Rechtschreibung;
 - Professionalität des Sprachgebrauchs wie: berichtend gegenüber erzählend;
 - Unterstützung durch Diagramme, Tabellen, Zeichnungen usw.;
 - Vorliegen von sinnvollen Bemerkungen, die die reine Lösung des Problems übersteigen.
2. Des weiteren Kriterien, die sich aus dem Inhalt der Aufgabe ergeben. Beispielsweise:
 - getroffenen Annahmen sind deutlich in Worten dargestellt;
 - korrekte Berechnungen;
 - eine qualitativ gute Lösung ist gewählt und begründet worden.

Nach eigenem Geschmack und/oder nach Überlegung mit Kollegen können Kriterien hinzugefügt oder weggelassen werden und es können Gewichtungsfaktoren benützt werden.“

Die Kommission Wiskunde A-lympiade gibt selbst keine Gewichtung der genannten Kriterien an. Dies geschah bewußt. Erstens liegt es nicht im Ermessen der Kommission, ein Kriterium über ein anderes zu stellen. Zweitens will die Kommission den Lehrern nicht die Freiheit nehmen, gänzlich andere Kriterien (mit-) zu benutzen und dies auf seine oder ihre eigene Art und Weise. Das Beurteilen einer Arbeit ist implizit subjektiv.

Die Kommission rät an, die Aufgaben als Testaufgaben zu verwenden (solange es nicht die erste Begegnung des Schülers mit dieser Art des Arbeitens ist) und ist auch sehr daran interessiert, wie das funktionieren kann. Tatsächlich war der Ausgangspunkt für den Einsatz der

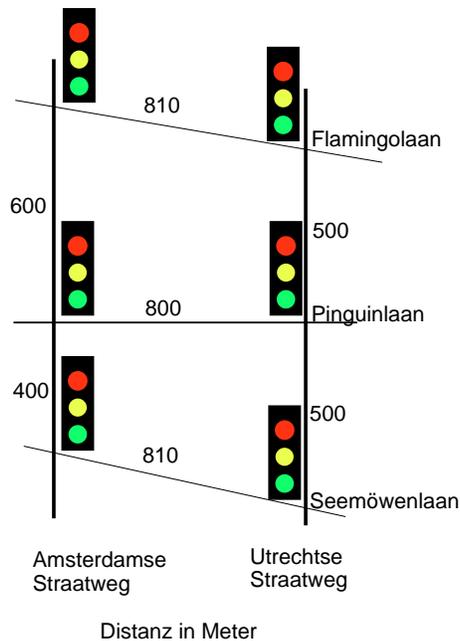
Aufgaben die Wettbewerbsform, wobei die Philosophie herrschte, der Sieger müsse mit den oben genannten Kriterien zu ermitteln sein. Dies gelingt auch in der Praxis gut. Ungeachtet der Normierung scheint jeder Lehrer bzw. jedes Kommissionmitglied unabhängig voneinander zur selben Reihenfolge der Arbeiten zu kommen. Und für die Ermittlung der Sieger ist dies schon genug.

Übersetzung: Susanne Hanslik



Mathematik A-lympiade: Vorrunde 1990-1991

Die grüne Welle



In der obigen Karte sind der Amsterdame Straatweg und der Utrechtse Straatweg wichtige Verkehrsadern in bebautem Gebiet mit einer zugelassenen Höchstgeschwindigkeit von 50 km/h. An den Kreuzungen mit der Flamingolaan, der Pinguinlaan und der Seemöwenlaan stehen Ampeln. Um die Durchfahrt zu erleichtern und um Irritationen bei den Verkehrsteilnehmern zu verhindern, ist es sinnvoll, dass man nicht zu oft vor einer Ampel warten muss. Fährt man nach der ersten grünen Ampel weiterhin bei grün durch, hat man eine „grüne Welle“. Um diese grüne Welle so gut wie möglich erreichen, gibt es u.a. folgende Möglichkeiten:

- Einstellung der Länge der Grün-, Gelb- und Rot-Phasen,
- Abstimmung der Ampeln an verschiedenen Kreuzungen miteinander,
- Angabe von empfohlenen Geschwindigkeiten.

Festgelegt ist noch, dass keine Ampel länger als 90 sec. auf Rot stehen darf und dass jede Ampel mindestens 5 sec. lang Grün zeigen muss. Im Allgemeinen fließt auf den Hauptstraßen Amsterdame Straatweg und Utrechtse Straatweg etwa viermal so viel Verkehr wie auf den Nebenstraßen Flamingolaan, Pinguinlaan und Seemöwenlaan.

Aufgabe I:

Entwickle Vorschläge, wie die Ampeln in den folgenden, immer komplizierter werdenden Situationen eingestellt werden können. In den Situationen 1, 2 und 3 brauchst du lediglich auf die maximalen Wartezeiten, nicht aber auf den übrigen Verkehr Rücksicht zu nehmen. Du musst also nicht für alle Ampeln die Einstellung anzugeben.

1. Radfahrer, die auf dem Utrechtse Straatweg von Norden nach Süden fahren, sollen grüne Welle haben.
2. Zusätzlich zu den Radfahrern sollen auch die Autofahrer auf dem Utrechtse Straatweg von Norden nach Süden grüne Welle haben.
3. Auf dem Utrechtse Straatweg soll sowohl für den Verkehr (Autos und Fahrräder) von Norden nach Süden als auch in Gegenrichtung eine grüne Welle so gut wie möglich angenähert werden.
4. Nun soll auch für den Verkehr (Autos und Fahrräder, in beiden Richtungen) auf dem Amsterdamse Straatweg die grüne Welle näherungsweise gelten. Jedoch muss dabei darauf geachtet werden, dass der Verkehr auf der Flamingolaan, der Pinguinlaan und der Seemöwenlaan nicht zu oft vor einer roten Ampel stehen muss.

Aufgabe II:

Welche allgemeinen Prinzipien und Abwägungen für die grüne Welle ergeben sich?

Übersetzung: Susanne Hanslik



Mathematik A-lympiade: Vorrunde 1991-1992

Das Wissenschaftsmuseum

Skizze des Problems

Das nationale Wissenschaftsmuseum, das mit Geldern der Europäischen Gemeinschaft, der Ministerien für Bildung und Wissenschaft sowie für Wirtschaft und Industrie errichtet wurde, hat die Aufgabe den Bürgern Wissenschaft und Technik näher zu bringen. Ein weiteres Ziel ist es, mehr Schüler für technische Studiengänge zu interessieren.

Wöchentlich besuchen viele Schülergruppen das Museum. Jede Gruppe bekommt einen Begleiter, der den ganzen Tag bei der Gruppe bleibt. Für diese Aufgabe hat das Museum zur Zeit acht feste Begleiter angestellt. Darüber hinaus gibt es 15 Kräfte, die bei Bedarf gerufen werden können. Es ist auch schon vorgekommen, dass zu wenige Begleiter zur Verfügung standen und Leute vom wissenschaftlichen Personal einspringen mussten. Zur Zeit gilt die Verabredung, dass sicher ein Begleiter zur Verfügung steht, wenn der Besuch einer Schülergruppe zwei Tage vorher bekannt ist.

Die festen Kräfte werden momentan nach einem festen Plan eingesetzt. Sie arbeiten immer sieben Tage nach einander und haben dann drei Tage frei. Andere Dienstpläne können durchdacht werden, können aber finanzielle Konsequenzen haben. In der letzten Zeit kommt es immer häufiger vor, dass mehr als die Hälfte der anwesenden Begleiter Aushilfskräfte sind. Weil Bedarfskräfte teurer sind als fest angestelltes Personal, überlegt man den Stamm der festen Kräfte zu vergrößern.

Weitere Gegebenheiten

In den letzten acht Wochen ist eine Statistik geführt worden, wieviele Schülergruppen gekommen sind.

Woche	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So
1	6	9	12	11	12	9	5
2	7	7	13	10	13	8	8
3	9	10	14	11	15	7	7
4	5	8	11	9	17	10	11
5	4	9	15	10	10	8	4
6	7	6	14	7	15	11	8
7	8	11	16	12	9	9	7
8	7	8	13	9	14	5	9

In dieser Zeit ist auch nachgehalten worden, wieviele Auftragskräfte man telefonisch kontaktiert hat, wieviele davon erreicht wurden und wieviele dann tatsächlich zur Verfügung standen.

angerufen	erreicht	verfügbar
426	315	226

Wenn eine Person das Telefon nicht aufnimmt, wird der Nächste auf der Liste angerufen. Man weiß also nicht, ob ein weiterer Versuch vielleicht doch Erfolg gehabt hätte. Es ist auch nicht bekannt, ob der eine häufiger verfügbar ist als ein anderer.

(Nach einer Übereinkunft mit den Aushilfskräften wird reihum angerufen. Wenn heute z.B. Person 5 als letzte angerufen wurde, ist morgen Person 6 an der Reihe.) Die Lohn- und Gehaltskosten variieren. Ein festangestellter Begleiter kostet mit Arbeitgeberbeiträgen etwa 50 000 Gulden im Jahr. Eine Auftragskraft erhält pro Arbeitstag 300 Gulden. Und ein Mitglied des wissenschaftlichen Stabes kostet ungefähr 80 000 Gulden pro Jahr.

Aufgabe I:

Das Museum ist mit der heutigen Situation nicht zufrieden und hat sich an eine Unternehmensberatung gewandt, um zu einer kosteneffizienteren Organisation der Gruppenbegleitung zu gelangen. Fragen nach krankheitsbedingtem Fehlen und Ferienregelungen ergeben, dass die Fehlzeiten sehr gering sind ,etwa 4 % betragen und dass die Ferien keine Rolle spielen, weil die Begleiter ihren Urlaub in den Schulferien nehmen müssen. Zunächst soll ein effizienterer Dienstplan aufgestellt werden. Dann soll überlegt werden, ob die Vergrößerung des Bestandes an festem Personal sinnvoll ist. Diese Beratung soll von euch geleistet werden. Bedenkt dabei, dass die gegebenen Bedingungen nur ungefähre sind. Die Vorschläge können daher auch keine optimale Lösung sein, dennoch soll ein gut begründeter Vorschlag zur Verbesserung der Situation gegeben werden.

Solltet ihr der Meinung sein, dass die gegebenen Informationen nicht ausreichend oder nicht sicher genug sind, dann könnt ihr mit den Vorschlägen auch angeben, welche weiteren Informationen nötig sind um den Beratungserfolg zu verbessern.

Übersetzung: Susanne Hanslik



Mathematik A-lympiade: Vorrunde 1992-1993

Das Bevorraten von Filialen

Skizze des Problems

Das Verteilerzentrum einer Supermarktkette bevorratet einige Filialen einige Male die Woche. Jede Filiale muss ihre Bestellung für einen bestimmten Tag zwei Tage vorher aufgeben. Die Waren dafür werden dann durch Ordersammler auf Paletten zusammengestellt und transportfertig gemacht. Für den Transport bedient man sich einiger Transportbetriebe. Am Nachmittag vorher werden die Lastwagen bestellt. Es gibt LKWs mit Kapazitäten von 20, 28 und 40 Paletten. Dann wird auch angegeben, welche Filialen zu einer Fahrt zusammenstellt werden und wieviele Fahrten ein LKW am Tag macht.

Voraussetzungen

Wir verfügen über eine Preistabelle, in der abzulesen ist, was die Miete eines bestimmten LKWs kostet. Der Mietpreis setzt sich aus drei Teilen zusammen, einem festen Betrag, einem Betrag pro Stunde und einem für die gefahrenen Kilometer. Pro Tag kann ein LKW etwa für 8 Stunden eingesetzt werden.

Tabelle 1:

Typ LKW	Anzahl Paletten	Kosten in Gulden		
		pro Tag	pro Stunde	pro km
1	20	160	50	0,45
2	28	200	50	0,5
3	40	240	50	0,55

Die Miete für einen Lastwagen vom Typ 1, der für 4 Stunden gebraucht wird und mit dem 400 km gefahren werden, kostet also $160 + 4 \cdot 50 + 400 \cdot 0,45 = 640$ Gulden. Das Verteilerzentrum liegt in Maarheeze 1 km von der Auffahrt auf die A2 entfernt. An einem bestimmten Tag müssen 25 Filialen beliefert werden. Die Filialen und die Anzahlen der zu liefernden Paletten sind in Tabelle 2 auf Seite 6 zusammengestellt.

Auf den Autobahnen beträgt die mittlere Geschwindigkeit 80 km/h, auf den Landstraßen 60 km/h und in den Ortschaften 20 km/h. Diese Geschwindigkeiten gelten für alle Typen von LKWs und für beide Fahrtrichtungen, sie hängen nicht von der Beladung ab. Die innerhalb der Städte zu einer Filiale zu fahrenden Kilometer können mit 2 km angenommen werden, ausser den Städten Breda, Eindhoven, Heerlen, Maastricht, Tilburg und Venlo, hier sind dies etwa 4 km. Das Beladen eines Wagens kostet etwa 10 Minuten plus 1 Minute pro Palette. Das Entladen dauert etwa 10 Minuten plus 2 Minuten pro Palette.

Aufgabe I:

1. Auf der Shell- Karte kann man sehen, welches Hauptstraßen und welches kleinere

Straßen sind. Entscheide mithilfe dieser Karte, welche Verbindungen du zulässt und was diese dann an Zeit und Kilometern kosten.

2. Finde eine gute Lösung des Bevorratungsproblems für diesen Montag.

Gib vor allem an, wie du durch gezieltes Suchen zu dieser Lösung kommst. Es geht nicht darum, die billigste Lösung zu finden. Viel wichtiger ist es, dass du einen sinnvollen Suchprozess entwickelst, womit man per Hand, also ohne Computer eine akzeptable Lösung finden kann.

Probleme dieses Typs sind als sehr schwierig bekannt. Bei einer größeren Anzahl an Filialen steigt die Anzahl der möglichen Fahrten so stark an, dass es selbst mithilfe des Computers nicht mehr möglich ist, das günstigste Schema zu finden. In der Praxis sucht man deshalb vor allem nach Algorithmen, die relativ schnell ziemlich gute Lösungen liefern.

Übersetzung: Susanne Hanslik

Tabelle 2:

Palettenzahl pro Filiale		
1	Bergen op Zoom	10
2	Boxtel	7
3	Breda	20
4	Den Bosch	18
5	Deurne	12
6	Dongen	10
7	Echt	9
8	Eindhoven	21
9	Geleen	14
10	Heerlen	19
11	Helmond	12
12	Maastricht	18
13	Oosterhout	15
14	Oss	17
15	Roermond	14
16	Roozendaal	11
17	Sittard	18
18	Tilburg	19
19	Uden	14
20	Valkenswaard	11
21	Veghel	9
22	Venlo	16
23	Venray	13
24	Waalwijk	15
25	Weert	14



Mathematik A-lympiade: Vorrunde 1993-1994

Entscheiden durch Abstimmen

Einleitung

Wenn man durch eine Abstimmung eine Entscheidung herbeiführen will, ist die Art und Weise, wie abgestimmt wird, häufig entscheidend für das Ergebnis der Abstimmung.

Dazu als Erläuterung das folgende

Beispiel I

Die Klasse 11 des Gymnasiums will eine Klassenfahrt nach Rom unternehmen. Auf der Hinfahrt sollen einige Tage in Florenz, Venedig oder Siena verbracht werden. Die TeilnehmerInnen dürfen darüber abstimmen. Jeder Schüler hat seine eigene Lieblingsreihenfolge, z.B. Venedig, Siena, Florenz. D.h. erste Wahl Venedig, zweite Wahl Siena und dritte Wahl Florenz. Die Ranglisten der 31 SchülerInnen sind:

Vorrang			Anzahl der Schüler
Florenz	Venedig	Siena	5
Florenz	Siena	Venedig	7
Venedig	Florenz	Siena	3
Venedig	Siena	Florenz	7
Siena	Florenz	Venedig	3
Siena	Venedig	Florenz	6

Bei dieser Abstimmung gewinnt offensichtlich Florenz mit 12 Stimmen und man beschließt, nach Florenz zu fahren.

Aufgabe I:

Nachdem weitere Informationen zur Verfügung stehen, sieht es so aus, dass Venedig so teuer ist, dass es nicht mehr zur Debatte steht. Der Klassenlehrer sagt nun dass man doch nicht nach Venedig fahren will, sodass eine neue Abstimmung nötig ist.

a) Was meinst du dazu?

Man hätte auch auf eine andere Art abstimmen können.

b) Wo wäre die Reise hingegangen, wenn

- die Stadt mit den wenigsten Erststimmen herausfällt und danach noch jeder Schüler eine einzige Stimme abgibt und dann die Anzahl der meisten Stimmen gilt?
- Die Stadt mit den meisten Drittstimmen herausfällt und danach die Schüler jeweils eine Stimme abgeben und wieder die Mehrheit der Stimmen zählt?

Beispiel II

Am 20. Juni 1991 musste das deutsche Parlament eine Entscheidung treffen zwischen den folgenden drei Alternativen:

- (a) das Parlament zieht um nach Berlin und die Ministerien bleiben in Bonn;
- (b) das Parlament und die Ministerien ziehen um nach Berlin;
- (c) das Parlament und die Ministerien bleiben in Bonn.

Nehmen wir an, dass die Parlamentarier für die folgenden Rangfolgen sind:

Anzahl	Vorrang		
	1	2	3
77	a	b	c
70	a	c	b
178	b	a	c
83	b	c	a
190	c	a	b
62	c	b	a

Der Ältestenrat des Bundestages gab am 19. Juni die Tagesordnung an, nach der über die verschiedenen Alternativen abgestimmt werden sollte. Im Prinzip sah der Ablauf so aus: Erste Abstimmungsrunde: Entscheidung zwischen (a) und nicht (a). Zweite Abstimmungsrunde: Falls (a) angenommen ist, dann ist dies die letztendliche Entscheidung für (a); falls nicht, dann wird zwischen (b) und (c) entschieden.

Aufgabe II:

1. Nimm an, dass die Parlamentarier die Vorlieben der KollegInnen kennen. Wie kann dann die Gruppe von 178 Parlamentariern in der ersten Runde stimmen und warum?

Weitere Möglichkeiten der Abstimmung sind unter anderem: Erste Abstimmungsrunde: Entscheidung zwischen zwei der drei Möglichkeiten, z.B. (a) und (b). Zweite Abstimmungsrunde: Entscheidung zwischen dem Sieger der ersten Runde und der dritten Möglichkeit.

2. Untersuche die Ergebnisse dieser Möglichkeiten und nenne die Konsequenzen.
3. Welche anderen Vorschläge für die Abstimmungsprozedur könnt ihr noch geben? Auch diese Vorschläge sollen mit Kommentar versehen sein.

Beispiel III

In einer kleinen Gemeinde - mit einem Gemeinderat von 11 Mitgliedern - wird die Politik durch zwei Lokalparteien, genannt „Örtliche Belange“ (PB) und „Unser Dorf vorraus“ (ODV) bestimmt. Bei den letzten Gemeinderatswahlen stimmten 65 % für PB und 35 % für ODV. Vor einem Jahr tauchten Pläne auf, das Dorf in großem Stil zu vergrößern durch den Bau einiger großer Wohnviertel. Das führte zu erheblichen Meinungsverschiedenheiten im Dorf. Es entstanden zwei Parteien, die sich stark machen um nach den nächsten Gemeinderatswahlen in den Rat zu gelangen. Die „Urbane Liste“ (URB) ist für die Vergrößerung des Dorfes, wohingegen die Liste „Klein aber fein“ (KMF) gerade dagegen ist. Ein Meinungsforschungsinstitut hat die Vorlieben der Bewohner untersucht und kam zu folgenden Ergebnissen:

Vorrang-Reihenfolge				Prozent- anteile
1	2	3	4	
URB	PB	ODV	KMF	21%
URB	ODV	PB	KMF	11%
PB	ODV	URB	KMF	11%
PB	ODV	KMF	URB	9%
ODV	PB	URB	KMF	6%
ODV	PB	KMF	URB	5%
KMF	PB	ODV	URB	24%
KMF	ODV	PB	URB	13%

Aufgabe III:

1. Wieviele Vorrang-Reihenfolgen waren zu erwarten und warum kommen die nicht alle vor?
2. Welche Schlüsse auf die Einstellungen der Dorfbewohner kann man aus den Daten der Meinungsforscher ziehen?
3. Welche Konsequenzen können sich aus diesen regionalen Konflikt ergeben und wozu kann das nach den Wahlen führen?
4. Formuliere mithilfe der Vorrang-Reihenfolgen einen Kommentar zum niederländischen Wahlsystem und mache Vorschläge für andere Wahlsysteme einschließlich der Vor- und Nachteile. Zeige auf, welche Konsequenzen diese Vorschläge in unserer Stadt haben würden.

Übersetzung: Susanne Hanslik



Mathematik A-lympiade: Vorrunde 1994-1995

Small car GmbH

Einführung

Die small car GmbH ist Fabrikant von Maßstabsmodellen von Autos. Der Betrieb produziert verschiedene Automodelle im Maßstab 1:2. Die Modelle werden so genau wie möglich den echten Autos, komplett mit Motor, nachgebaut. Die Modelle werden exportiert nach Japan, in die Vereinigten Staaten, in arabische Länder, nach Kanada, Australien und in einige west-europäische Länder. Die Abnehmer gebrauchen die Autos hauptsächlich für Reklamezwecke, z.B. in Schaufenstern und Ausstellungen. Etwa 100 Personen arbeiten bei small car GmbH, verteilt über verschiedene Abteilungen. Die nachstehenden Modelle werden produziert:

- Citroën Xantia
- Mazda 323F
- BMW 520
- Ford Mondeo
- Rolls Royce Silver Shadow

Man hat sich für ein Produktionsschema entschieden, bei dem die Produktion optimal über die Abteilungen verteilt ist. Nach diesem Schema, das für den Fortgang der Aufgabe außer Betracht gelassen wird, werden täglich in jeder Abteilung 5 Citroëns, 7 Mazdas, 10 BMWs, 8 Fords und 2 Rolls Royces bearbeitet.

Die Abteilungen

Im Betrieb gibt es insgesamt 12 Abteilungen:

1.	Magazin	180 m ²
2.	Stanze und Blechschlosserei	250 m ²
3.	Karosseriebau	400 m ²
4.	Lackiererei	100 m ²
5.	Motoren	300 m ²
6.	Armaturenbretter	150 m ²
7.	Sitze	250 m ²
8.	Räder	180 m ²
9.	Endmontage	300 m ²
10.	Kantine	200 m ²
11.	Büro	100 m ²
12.	Zentrale Halle	600 m ²

Der Produktionsprozess

Der Produktionsprozess beginnt für jedes Modell mit dem Stanzen der Teile, die dann in der Karosserieabteilung aneinander geschweißt und zusammengesetzt werden. Danach wird die Karosserie in der Lackiererei lackiert. Aus produktionstechnischen Gründen werden die anderen Abteilungen für jedes Modell in einer anderen Reihenfolge durchlaufen.

Der Produktionsprozess wird immer abgeschlossen mit der Abteilung Endmontage. Fertige Modelle werden in der zentralen Halle geparkt bis zur Auslieferung an den Abnehmer. Die Kantine und das Büro dienen der Unterstützung des Produktionsprozesses und sind nicht in den direkten Produktionsprozess einbezogen.

In der Beilage A werden die verschiedenen Abteilungen näher beschrieben.

Transport zwischen den Abteilungen

Die in der Produktion befindlichen Autos müssen ständig von einer Abteilung in die andere transportiert werden. Hier ist angegeben, in welcher Reihenfolge die Abteilungen durchlaufen werden. Außerdem ist zu sehen, wie schwer ein Modell beim Transport von einer Abteilung zur anderen ist.

Citroën	2	$\xrightarrow{50}$	3	$\xrightarrow{55}$	4	$\xrightarrow{55}$	5	$\xrightarrow{150}$	6	$\xrightarrow{170}$	7	$\xrightarrow{190}$	8	$\xrightarrow{225}$	9	$\xrightarrow{250}$	12
Mazda	2	$\xrightarrow{40}$	3	$\xrightarrow{45}$	4	$\xrightarrow{45}$	8	$\xrightarrow{85}$	7	$\xrightarrow{110}$	5	$\xrightarrow{190}$	6	$\xrightarrow{210}$	9	$\xrightarrow{230}$	12
BMW	2	$\xrightarrow{60}$	3	$\xrightarrow{65}$	4	$\xrightarrow{65}$	7	$\xrightarrow{90}$	5	$\xrightarrow{190}$	6	$\xrightarrow{215}$	8	$\xrightarrow{255}$	9	$\xrightarrow{280}$	12
Ford	2	$\xrightarrow{50}$	3	$\xrightarrow{55}$	4	$\xrightarrow{55}$	5	$\xrightarrow{150}$	8	$\xrightarrow{190}$	6	$\xrightarrow{225}$	7	$\xrightarrow{255}$	9	$\xrightarrow{270}$	12
Rolls Royce	2	$\xrightarrow{80}$	3	$\xrightarrow{85}$	4	$\xrightarrow{85}$	6	$\xrightarrow{115}$	8	$\xrightarrow{160}$	7	$\xrightarrow{190}$	5	$\xrightarrow{310}$	9	$\xrightarrow{350}$	12

Erläuterung:

Die Produktion eines Citroën Xantia beginnt mit dem Stanzen der Teile. Die 50 kg Karosserieteile werden zur Karosserieabteilung gebracht und dort zusammengesetzt. Man versucht, die Teile so effizient wie möglich zu gebrauchen, Materialreste können vernachlässigt werden. Die 55 kg wiegende Karosserie wird in die Lackiererei gebracht und dort lackiert (dabei ist die Gewichtszunahme zu vernachlässigen). Anschließend wird in Abteilung 5 der Motor eingesetzt, danach wiegt das Auto 150 kg. Es folgt das Armaturenbrett, Gesamtgewicht nun 170 kg. Mit den Sitzen wiegt der Xantia 190 kg, mit Rädern 225 kg. Schließlich wiegt das endmontierte Modell 250 kg. Die Modelle werden in der Produktion in (fast) jeder Abteilung schwerer, weil zusätzliche Teile eingebaut werden. Diese Teile werden morgens in der richtigen Stückzahl aus dem Magazin angeliefert.

Der Transport

Der Transport eines in der Produktion befindlichen Modells von einer zur anderen Abteilung geschieht mit besonderen Transportkarren. Davon gibt es zwei verschiedene Sorten, die leichte Ausführung für Modelle bis zu 100 kg und die schwerere Ausführung für die schwereren Modelle. Der Transport mit den leichten Wagen kostet 1,- hfl pro Meter und Modell, der mit den schweren Wagen 2,- hfl pro Meter pro Modell. Ein Modell, das schon Räder hat, ist einfacher zu transportieren, das kostet 0,50 hfl pro Meter. Die benötigten Materialien und

Teile werden morgens in den für den Tag passenden Mengen zu den verschiedenen Abteilungen transportiert. Dies geschieht in Kisten, die maximal 150 kg fassen. Der Transport dieser Kisten kostet 0,75 hfl je Kiste und Meter.

Erläuterung:

Beisp.1: Der Transport eines Citroën von Abteilung 2 nach Abteilung 3 kostet 1,- hfl pro Meter.

Beisp.2: Der Transport eines Citroën von Abteilung 5 nach Abteilung 6 kostet 2,- hfl pro Meter.

Beisp.3: Der Transport eines Mazda von Abteilung 5 nach Abteilung 6 kostet 0,50,- hfl pro Meter, denn der Mazda hat schon Räder.

Beisp.4: Pro Citroën müssen morgens 35 kg Material und Teile aus dem Magazin zu Abteilung 8 gebracht werden.

Aufgabe I:

Die Transportkosten sind abhängig von den Entfernungen zwischen den Abteilungen. Berechne zunächst für je zwei Abteilungen die gesamten Transportkosten pro Meter und Tag. Der Abstand zwischen den Entfernungen soll hier noch nicht betrachtet werden. (Du kannst diese Daten z.B. in einer Tabelle oder Matrix aufschreiben, in der waagrecht und senkrecht die Abteilungen stehen.)

Das neue Gebäude

Die Direktion hat vor kurzem ein neues Fabrikgebäude im Industriegelände gekauft. Das war notwendig geworden, weil die Stadt einen Umzug aus der Innenstadt vorgeschrieben hatte, weil die Belastungen für die benachbarten Anwohner zu groß wurden. Das Gebäude, das die Direktion gekauft hat, ist groß genug, um die gesamte Produktion unterzubringen (siehe Beilage B). Dort ist übrigens schon eine schöne, zentral gelegene Kantine vorhanden. Außerdem ist auch eine Halle für die Lagerung der fertigen Modelle vorhanden. Die Direktion steht nun vor der Aufgabe, die verschiedenen Abteilungen auf das Gebäude zu verteilen. Der Ausgangspunkt ist hierbei, dass die Kosten für die Transporte zwischen den Abteilungen so niedrig wie möglich sein sollen.

Zusätzliche Begingungen

Die folgenden Bedingungen müssen ebenfalls erfüllt werden:

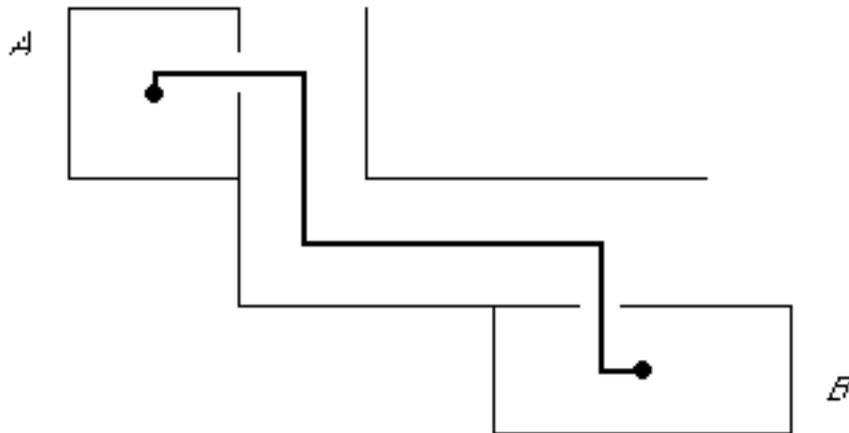
- Die Wege zwischen den Abteilungen, die für Transporte benötigt werden, müssen mindestens 5m breit sein.
- Jede Abteilung muss mindestens 10m breit sein bis auf die Lackiererei, die mindestens 5m breit sein muss.
- Das Magazin muss wegen der Anlieferungen von außen einen Ein- und Ausgang nach außen haben.
- Aus Sicherheitsgründen muss die Lackiererei an einer Außenwand liegen und einen Mindestabstand von einem Meter zu allen anderen Abteilungen haben.
- Jede Abteilung hat einen Zugang von 5m Breite. Alle Transporte führen dadurch.

Darüberhinaus sollen, wenn irdend möglich, auch die weiteren Bedingungen erfüllt werden:

- Die Abteilungen sollen soweit möglich rechteckige Form haben.

- Die Wege sollen so wenig Ecken wie möglich haben.
- Das Büro soll in der Nähe der Kantine angelegt werden.
- Aus Sicherheitsgründen müssen die beiden Ein- bzw. Ausgänge von der zentralen Halle zur Fabrik freigehalten werden. (Dort darf also keine Abteilung plaziert werden.)

Der Abstand zwischen zwei Abteilungen wird wie folgt gemessen: Aus der Mitte der einen Abteilung über Wege mit rechtwinkligen Ecken durch den Ausgang in die Mitte des Ganges. Dann in der Mitte des Ganges zum Eingang der anderen Abteilung und dort wieder in die Mitte der Abteilung. (siehe Zeichnung)



Aufgabe II:

1. Fertige für die Leitung von Smal Car GmbH eine Einteilung des Gebäudes nach obigen Gesichtspunkten.
2. Gib dabei an, wie es zu der Einteilung gekommen ist und erläutere, warum diese Wahl getroffen wurde.
3. Berechne für die gewählte Einrichtung des neuen Betriebsgebäudes von Smal Car GmbH die Transportkosten pro Tag.

Beilage A

1. Magazin (180 m²)

Im Magazin kommen alle Einzelteile von den Zulieferern an, wie Metallplatten für die Karosserie, Motorteile, Räder, Reifen, Kunststoffteile für das Armaturenbrett, Rahmen und Stoffe für die Sitze, aber auch alle Materialien wie Farbe, Muttern, Bolzen, Kleinteile usw. Das Magazin lagert alle Teile und verteilt sie auf die Abteilungen.

2. Stanze und Blechschlosserei (250 m²)

Aus großen Metallplatten werden hier Teile wie Türen, Motorhaube, Heckklappe, Karosserieteile, Bodenplatte und Dachplatte gestanzt. Stanzen bedeutet, Formen aus großen Metallplatten zu schlagen. Für jedes der fünf Modelle gibt es gesonderte Stanzmaschinen, sodass diese Abteilung gleichzeitig an verschiedenen Modellen arbeiten kann.

3. Karosserie (400 m²)

Hier werden die verschiedenen Teile des Autos geschweißt, sodass in dieser Abteilung die Form des Autos sichtbar wird. Auch diese Abteilung ist weitestgehend automatisiert, so dass alles in großer Geschwindigkeit zusammengesetzt werden kann.

4. Lackiererei (100 m²)

Alle gestanzten Platten werden hier von Spritzrobotern lackiert. Es besteht eine enge Zusammenarbeit mit der Karosserieabteilung.

5. Motormontage (300 m²)

Diese Abteilung ist recht arbeitsintensiv. Hier wird sowohl der Motor zusammengesetzt, als auch der Motor in das Auto montiert.

6. Armaturenbretter (250 m²)

Aus verschiedenen Einzelteilen werden hier die Armaturenbretter zusammengesetzt und im Auto befestigt. Auch diese Abteilung ist arbeitsintensiv.

7. Sitze (150 m²)

Die Sitze werden hergestellt aus Rahmen, Füllmaterial und Bezügen, anschließend werden sie in das Auto eingebaut. Obwohl hier wenig automatisiert ist, verläuft dieser Prozess u.a. dadurch schnell, dass in der Abteilung Sitze schon vorher gefertigt werden können.

8. Räder(180 m²)

Hier findet die Montage der Räder statt.

9. Endmontage (300 m²)

In dieser Abteilung wird alles kontrolliert, die letzten Einzelteile werden montiert und angeschlossen. Diese Abteilung testet das Auto, bevor es in der zentralen Halle geparkt wird, wo es bis zur Auslieferung an den Kunden steht.

10. Kantine (200 m²)

In den Kaffee- und Teepausen und in der Mittagspause ist hier großzügig Platz für das Personal, um etwas zu essen und zu trinken.

11. Büro (100 m²)

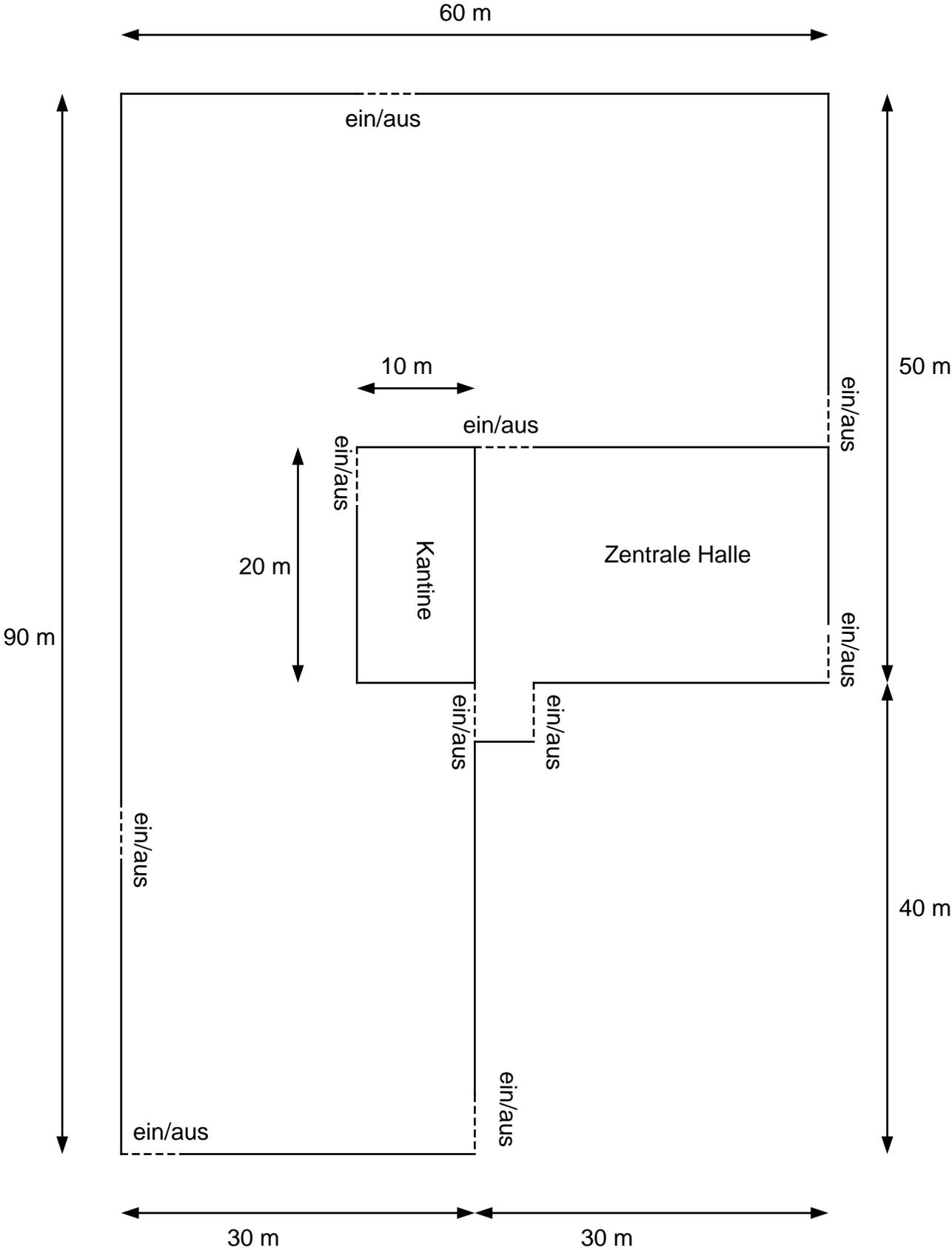
Diese Abteilung besteht aus der Verwaltung, der Ein- und Verkaufsabteilung und der Firmenleitung.

12. Zentrale Halle (600 m²)

Hier werden die fertiggestellten Modelle gelagert.

Übersetzung: Susanne Hanslik

Beilage B





Mathematik A-lympiade: Vorrunde 1995-1996

Aufzüge

Einleitung

Ein großer Betrieb mit 1200 Angestellten bezog 1995 ein neues Bürogebäude. Das Gebäude besitzt 21 Etagen: das Erdgeschoss und darüber die Stockwerke 1 bis 20.

In der Eingangshalle im Erdgeschoss befinden sich 6 Aufzüge. Alle Angestellten arbeiten im ersten Stockwerk oder höher und benutzen die Aufzüge.

In den ersten Wochen stellt sich heraus, dass sich morgens beim Hereinkommen große Probleme ergeben. Sowohl das Erkämpfen eines Aufzuges als auch die Zeit, die manche Aufzüge unterwegs sind, führen zu unangenehmen Situationen. Es kommt manchmal vor, dass ein Aufzug mit Angestellten besetzt ist, die alle zu unterschiedlichen Etagen unterwegs sind. Derjenige, der zur höchsten Etage muss, ist dann gut fünf Minuten unterwegs. Die Menschen, die unten warten (und das sind manchmal viele), versuchen alle sich desjenigen Aufzuges zu bemächtigen, der als erster unten ankommt und dem Gebäudeeingang am nächsten liegt.

Nach einigen Wochen beschließt die Direktion eine „Aufzugsaufsicht“ einzustellen, um den Menschenstrom der eintreffenden Angestellten morgens in etwas bessere Bahnen zu leiten. Die Aufsicht erhält den Auftrag Maßnahmen zu ergreifen, die den Strom der Angestellten zu den Stockwerken flüssiger verlaufen lassen.

Die Aufsicht listet zu allererst die Angaben auf, die mit den Problemen zusammenhängen:

- Zu jedem Stockwerk fahren 60 Personen.
- Die Kapazität eines jeden Aufzuges beträgt 20 Personen.
- Geschwindigkeit der Aufzüge:

Von Stillstand bis zu Stillstand ein Stockwerk höher oder tiefer:	8 sec.
Von Stillstand bis zum Passieren des nächst höher oder tiefer gelegenen Stockwerks	5 sec.
Zeit zwischen dem Passieren zweier aufeinander folgender Stockwerke	3 sec.
Vom Passieren eines Stockwerks bis zum Stillstand im nächst höher oder tiefer gelegenen Stockwerk	6 sec.
- Die Zeit, während der ein Aufzug in einem Stockwerk stillsteht, beträgt durchschnittlich 10 sec.

Die Aufsicht hat auch folgende ergänzenden Daten über den Strom der Angestellten gesammelt:

- Alle Angestellten kommen zwischen 8:45 Uhr und 9:00 Uhr herein.

- Es ist ein gleichmäßiger Strom: Sie geht deshalb davon aus, dass pro Minute vier Angestellte eines jeden Stockwerks in die Eingangshalle hereinkommen.

Sie überlegt sich das folgende Modell, um den Strom der Angestellten – wie sie hofft – schneller weiterzuleiten:

- Drei Aufzüge fahren ausschließlich zu den Stockwerken 1 bis 10.
- Die drei anderen Aufzüge halten nur in den Stockwerken 11 bis 20.
- Da sich herausgestellt hat, dass die Angestellten ihr Stockwerk in der Zeit zwischen 8:45 Uhr und 10:00 Uhr kaum verlassen, wird in diesem Modell angenommen, dass die Aufzüge nur für den Transport der eintreffenden Angestellten zu ihren Arbeitsplätzen gebraucht werden.

Aufgabe I:

1. Berechnet, wie lange es auf diese Weise ungefähr dauert, bis alle Angestellten auf dem richtigen Stockwerk angekommen sind.
2. Findet heraus, wie groß die Anzahl der Menschen werden kann, die in der Eingangshalle warten.
3. Bestimmt die Zeit (ab der Ankunft im Gebäude), die ein Angestellter brauchen kann um auf seinem Stockwerk anzukommen.

Aufgabe II:

4. Überlegt euch mindestens drei Fahrpläne für den Aufzugsverkehr, die für eine schnellere Abwicklung des morgendlichen Spitzenansturms sorgen. Vergleicht alle Modelle miteinander und benennt für jedes Modell Argumente, die dafür oder dagegen sprechen.

In Verbindung mit einem Fahrplan für die Aufzüge sind natürlich auch allerlei andere Maßnahmen denkbar, um den Menschenstrom zügiger weiterzuleiten, wie z.B.:

- Menschen zeitlich gleichmäßiger verteilt ankommen lassen.
- Menschen nach bestimmten Stockwerken ankommen lassen.

Aufgabe III:

5. Stellt euch vor, ihr wäret die Aufzugaufsicht. Verfasst ein Konzept für die Direktion, in dem ihr Vorschläge, wie der Menschenstrom zügiger weitergeleitet werden kann, vorstellt. Stützt das Konzept durch Berechnungen und Argumentationen und begründet eure Annahmen. Ein Teil eures Konzeptes soll eine Kurzinformation für die Angestellten sein, in der ihnen die vorgestellten Maßnahmen mit den für sie relevanten Konsequenzen erläutert werden.

Entscheidet auch, inwiefern ihr folgenden Umständen Rechnung tragen wollt:

- Die Angestellten möchten nicht allzuviel gegängelt werden und auch keine allzu komplizierte Regelung bekommen, aber sie wollen schnell auf ihrem Stockwerk ankommen.
- Die Direktion hat ihren Sitz im 15-ten Stockwerk und hätte in eurem Konzept am liebsten eine Vorzugsbehandlung.

Übersetzung: Matthias Lippert



Mathematik A-lympiade: Vorrunde 1996-1997

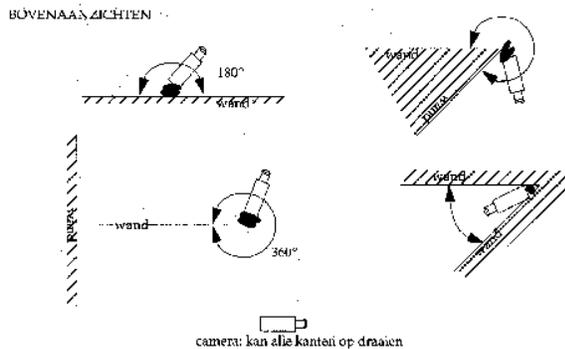
Sicherheit ist eine Kunst für sich

Einleitung

Ein Museum für Moderne Kunst will eine große Ausstellung organisieren mit Bildern mehrerer bedeutender Künstler im Bereich Moderne Kunst. Die Organisatoren sind mit Vorbereitungen für die Ausstellung beschäftigt, und sie treffen auf Schwierigkeiten bezüglich der Sicherheit.

Ein neues Sicherheitssystem

Das gegenwärtige Sicherheitssystem mit Videokameras genügt nicht den Anforderungen einer Ausstellung dieser Größe. Die Kameras sind nicht beweglich genug (um eine andere Ecke zu zeigen), aber der gewichtigste Einwand ist, dass das gegenwärtige System nicht den gesamten Raum im Museum beobachten kann. Um die Ausstellung durchzuführen, ist ein neues Sicherheitssystem notwendig. Der neue Kameratyp, den man benutzen wird, ist schon ausgesucht. Diese Kamera kann sich so schnell in alle Richtungen bewegen und sich so schnell auf Details scharf stellen, dass man wohl sagen kann, dass diese Kamera den gesamten Raum umfassend absichert (siehe Abbildung). Alle Innenwände in dem Museum reichen vom Fußboden bis zur Decke.



Ein Nachteil dieser Kamera ist ihr hoher Preis. Deshalb ist es notwendig, genau zu untersuchen, wo die Kameras angebracht werden sollten, denn man möchte so wenig Kameras wie möglich anschaffen. Ein Plan des Museums liegt bei. Das Museum hat von oben betrachtet die Form eines Dreiecks. Der graue Teil umfasst den Eingang, die Toiletten, die Garderobe und Büroräume. In diesem Teil brauchen die alten Kameras nicht ersetzt zu werden. Das neue Sicherheitssystem wird nur für den Teil gebraucht, der nicht grau markiert ist.

Aufgabe I:

Denke dir eine Anordnung von Kameras aus, bei der du für die Absicherung des Ausstellungsraumes die kleinstmögliche Menge an Kameras brauchst. Beschreibe das Verfahren, das du benutzt hast, um zu dieser Anordnung der Kameras zu gelangen. Zeichne ein, wo die Kameras angebracht werden sollen und zeige, dass der gesamte Ausstellungsraum auf diese Weise abgesichert wird.

Die Ausstellung umfasst knapp 100 Gemälde. Um diese Gemälde angemessen auszustellen (mit genügend freiem Raum dazwischen), werden mindestens 280 Meter Wandfläche gebraucht, aber: je mehr Wandfläche desto besser. Auf der Karte siehst du einige dickgezeichnete Wände. Dies sind tragende Wände; die anderen Wände können entfernt werden.

Da das neue Sicherheitssystem sehr teuer ist, möchten die Organisatoren die notwendigen Ausgaben gering halten. Um das zu erreichen besteht die Möglichkeit, die Anzahl der Kameras zu verringern; es wäre aber auch möglich, nicht-tragende Wände zu entfernen. Das Entfernen einer Wand kostet 500,- DM pro Meter. Eine Videokamera kostet 10.000,- DM pro Stück.

Aufgabe II:

Wie ist es möglich, Ausgaben für Kameras einzusparen, indem man Wände entfernt? Vergiss dabei nicht das Mindestmaß an Wandfläche, das du brauchst! Mit anderen Worten: wie kann man es schaffen, so wenig Wandfläche zu entfernen und gleichzeitig so viele Kameras wie möglich überflüssig zu machen und dabei auch noch alle Wände zu überwachen? Erarbeite einen Vorschlag und kalkuliere die Ersparnisse, die deine Lösung dir einbringt.

Nach dieser Ausstellung wird man das Innere des Museums grundlegend verändern. Zunächst wird man alle nicht-tragenden Wände entfernen und nur die tragenden Wände stehen lassen. Da die neuen Innenräume des Museums über einen längeren Zeitraum und für verschiedene weitere Ausstellungen benutzt werden sollen, wird man ein Architekturbüro beauftragen, die neue Innengestaltung zu erarbeiten. Die Vorgabe wird sein, zu den bestehenden tragenden Wänden 150 Meter Wandfläche hinzuzufügen. Darüber hinaus müssen 6 Kameras für die Überwachung ausreichen; trotzdem soll eine ansprechende Raumaufteilung möglich sein.

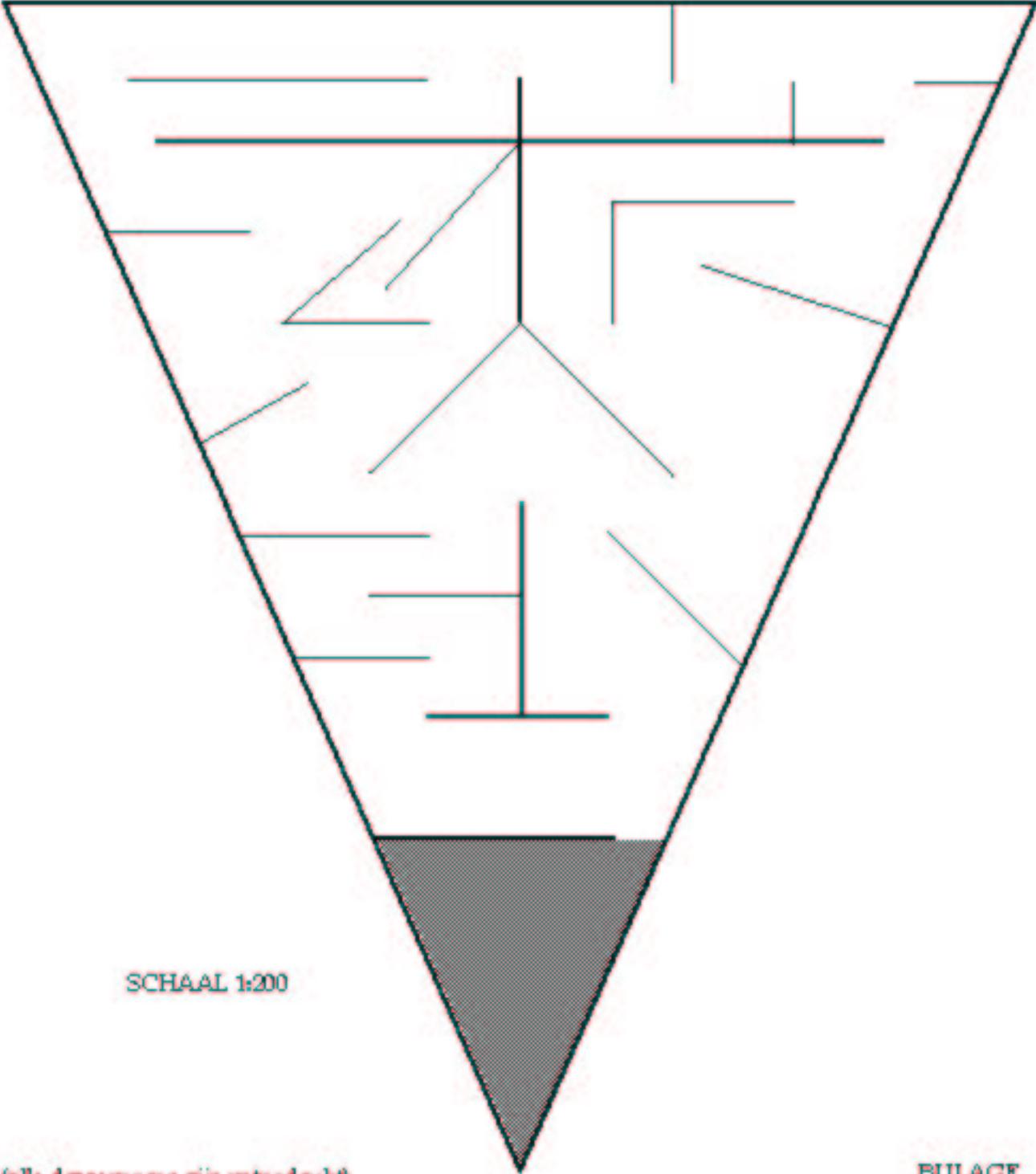
Aufgabe III:

Mehrere Architekturbüros sind gebeten worden, Vorschläge einzureichen, die diesen Vorgaben gerecht werden. Dein Team arbeitet für eines der Architekturbüros, und deine Firma möchte den Auftrag unbedingt haben. Natürlich werdet ihr keine große Konkurrenz darstellen, wenn ihr nur die Mindest-Anforderungen erfüllt. Erarbeite einen Vorschlag für die Museumsleitung (einschließlich einer Skizze und eines kurzen Begleitbriefes).

Übersetzung: Michael Spielmann

Die Länge der oberen Seite des Dreiecks soll 24 m betragen.

PLATTEGROND MUSEUM



SCHAAL 1:200

(alle draagmuren zijn vetgedrukt)

BIJLAGE



Mathematik A-lympiade: Vorrunde 1997-1998

Rubbellose

Rubbellose sind in Mode. Das hat etwas: Indem man einfach das richtige Feld freirubbelt, rubbelt man sich zum Millionär. Bereits beim Freirubbeln hat man das Gefühl, am eigenen Glück zu schmieden.

Es gibt unterschiedliche Rubbellotteriesysteme. Die niederländische Eisenbahn hatte im vergangenen Jahr eine Rubbellosaktion. Beim Kauf einer Tasse Kaffee erhielt man ein Rubbellos mit drei Feldern. Von diesen durfte man zweie aufrubbeln. Hatte man zwei kleine Flaggen mit einem S darauf aufgerubbelt, so durfte man gratis mit der Stena-Line von Hoek van Holland nach Harwich und zurück fahren. Rubbelte man zwei Tassen frei, so bekam man noch eine weitere Tasse Kaffee. Bei drei aufgerubbelten Feldern war das Los ungültig.

Bei anderen Lotteriesystemen kann man mit jedem aufgerubbelten Feld mehr Geld gewinnen, bis man ein Feld mit einem Kreuz aufrubbelt. In diesem Fall hat man alles verloren. Hier wird natürlich geschickt mit der Habsucht der Rubbelspieler kalkuliert.

In der folgenden Aufgabe geht es um dieses zuletzt beschriebene System.

Rubbel selbst!

Der „Doe Het Zelf“-Baumarkt („Mach es selbst“) DHZ besteht seit 25 Jahren. Um dieses Jubiläum zu begehen und dabei neue Kunden zu gewinnen hat der Eigentümer die Rubbellosaktion „Rubbel selbst!“ ins Leben gerufen. Pro 100 Gulden, die er beim Einkauf ausgibt, erhält der Kunde ein Rubbellos mit 10 Feldern, die aufgerubbelt werden können. Gibt er 190 Gulden aus, so erhält der Kunde also ein Los. Kauft er für 205 Gulden ein, so erhält er zwei Lose. Jedes Los enthält 5 Felder mit dem Logo DHZ. Diese sind willkürlich auf die 10 Felder verteilt. Auf dem Los stehen die folgenden Spielregeln:

Spielregeln:

Beim ersten Feld mit dem Logo **DHZ** haben Sie 7,50 Gulden gewonnen.

Beim zweiten Feld mit **DHZ** gewinnen Sie 15 Gulden.

Mit jedem weiteren Feld mit **DHZ** verdoppelt sich der Betrag, den Sie bereits gewonnen haben.

Haben Sie ein Kreuz freigerubbelt, so haben Sie alles wieder verloren.

Der Unternehmer hat das Gefühl, dass diese Aktion ihn viel Geld kosten wird. Eine Woche, bevor die Aktion beginnen soll, startet er eine Probeaktion mit seinem Personal. Er lässt seine Mitarbeiter 200 Lose aufrubbeln und gibt ihnen den Auftrag, sich so zu verhalten, als seien sie Kunden. Natürlich werden die Preise nicht ausgezahlt.

Er erhält das folgende Resultat:

Auf 52 der 200 Lose entfällt ein Preis von 7,50 Gulden. Vierzehn Personen rubbeln 2 Logos auf und gewinnen damit 15 Gulden. Auf 4 Lose entfällt ein Preis von 30 Gulden, auf eines

ein Preisgeld von 60 Gulden und auf eines ein Preisgeld von 120 Gulden. Er schreckt vor dem Preisgeld, das insgesamt auf diese 200 Lose entfällt, zurück.

Aufgabe I:

Analysiere diese Aktion. Achte dabei unter anderem auf die folgenden Punkte:

- Die Aktion spekuliert mit der Habsucht und die Spieleidenschaft der Kunden. Wie spiegelt sich das im Ergebnis der Probeaktion wieder?
- Nach der Probeaktion sagt eine Anzahl von Mitarbeitern, dass sie viele gelangweilte und nörgelnde Kunden erwarten. Ein Kunde, der z.B. zunächst ein Kreuz und danach drei Logos gerubbelt hat, könnte sich mit dem Einwand beschweren, dass er einen Anspruch auf 30 Gulden hätte. Wo liegen deiner Meinung nach die Ursachen für die Bedenken des Personals?

Der Unternehmer wünscht sich eine andere Aktion. Sie soll weniger Geld kosten. Dennoch muss ein Kunde sein ausgegebenes Geld zurückgewinnen können. Die Aktion soll auffallen und Kunden anziehen. Darüber hinaus darf sie keine Beschwerden nach sich ziehen. Er möchte 100.000 Lose verteilen. Die gesamte Aktion darf ihn nicht mehr als 2% des Umsatzes, der mit ihr verbunden ist, kosten.

Aufgabe II:

Denk dir eine andere (bessere, schönere, sensationellere) Rubbellosaktion für den Unternehmer aus. Die Aktion muss auf jeden Fall die Bedingungen des Unternehmers erfüllen:

1. Hauptpreis mindesten 100 Gulden
2. gesamtes Preisgeld nicht mehr als 2% des Umsatzes

Der Unternehmer ist für Alternativen offen. Du darfst also auch gut und gerne ein ganz anderes System entwerfen. Zeige, dass dein Entwurf die Forderungen des Unternehmers erfüllt. Erkläre auch weshalb du glaubst, dass dein System besser ist.

Übersetzung: Matthias Lippert



Mathematik A-lympiade: Vorrunde 1998-1999

Der Beste gewinnt

Einleitung

Was haben die Tour de France, die Fußballbundesliga, Wimbledon, aber auch das Eurovision-Songfestival, politische Wahlen und eine vergleichende Warenuntersuchung von der Stiftung Warentest miteinander gemeinsam? In all diesen Fällen werden die Teilnehmer untereinander verglichen und es ist letztlich beabsichtigt, dass der Beste nach vorne kommt. Die Art und Weise, auf die der Beste nach vorne kommt, ist jedoch in den genannten Fällen ganz unterschiedlich. In der Fußballbundesliga beispielsweise spielen alle Teams einer Liga zwei Mal gegeneinander und für das jeweilige Ergebnis werden Punkte vergeben. Das Team, welches am Ende die meisten Punkte hat, ist Champion. Bei politischen Wahlen geben die Stimmberechtigten Stimmen ab und diejenige politische Partei mit den meisten Stimmen ist Gewinnerin. Darüber hinaus geht es nicht immer nur um den Ersten, sondern es ist auch erwünscht, die weitere Reihenfolge festzustellen. Wir wollen nun unterschiedliche Systeme betrachten, die zu einer zuverlässigen Rangfolge führen.

Aufgabe I:

Liste unterschiedliche bestehende Systeme auf. Du darfst dabei von den bereits genannten Beispielen Gebrauch machen, aber du darfst daneben noch andere Systeme betrachten. Beschreibe jedes System, nenne die Anwendung, für die es gebraucht wird, und benenne die Vor- und Nachteile des Systems. Erläutere auch, weshalb das System gerade in dieser Situation benutzt wird.

Fleischwaren

Der niederländische Verband der Fleischwarenhersteller hält es aus werbetechnischen Gründen für wichtig, einen jährlichen Wettbewerb unter den Mitgliedern auszutragen. Das bietet die Möglichkeit eingetragene Mitglieder in unterschiedlichen Kategorien als „Fleischwarenhersteller des Jahres“ zu ehren. Es gibt in jeder Kategorie einen ersten Preis (Gold), einen zweiten Preis (Silber) und einen dritten Preis (Bronze). Die Sieger erhalten einen Pokal sowie eine dazugehörige Urkunde, die im Laden aufgehängt werden soll. Der Verband hat die folgenden fünf Kategorien gebildet:

- A Leberwürste
- B Räucherwürste
- C Pasteten
- D Salate
- E ausländische Fleischwarenspezialitäten

Neben den Siegern in den Kategorien wird darüber hinaus ein Fleischwarenhersteller zum „allgemeinen Fleischwarenhersteller des Jahres“ ernannt. Hierfür hat der Verband einen besonders großen Wanderpokal zur Verfügung gestellt.

Teilnehmer

Der Verband hat die Teilnahme an den Wettbewerben der vergangenen Jahre engagiert ange-regt. Dadurch konnten viele Mitglieder für eine Beteiligung begeistert werden. Damit in jeder Kategorie genügend Variation in der Rezeptur möglich ist, darf jeder Teilnehmer bis zu drei Einsendungen pro Kategorie einreichen. Auf diese Weise ist es möglich, dass ein Teilnehmer sich mit insgesamt fünfzehn Produkten bewirbt. Ein Teilnehmer braucht allerdings nicht in jeder Kategorie mitzumachen. Um jedoch den Titel des allgemeinen Fleischherstellers des Jahres zu erlangen, ist es notwendig in jeder Kategorie mindestens eine (und höchstens drei) Einsendungen einzureichen.

Durch die vielen Möglichkeiten einen Preis zu gewinnen und aufgrund der Begeisterung der Mitglieder hat die Anzahl der Einsendungen mittlerweile derartig zugenommen, dass die Beurteilung der vielen Einsendungen zu Problemen führt.

Beurteilung

Die Bewertung wurde bislang durch eine sogenannte Fachjury vorgenommen, die in gemein-samer Beratung die Sieger ermittelte. In welcher Weise diese Beratung durchgeführt wurde, ist nie bekannt gegeben worden, aber die Teilnehmer hatten schon seit einigen Jahren ihre Zweifel am fairen Ablauf der Beratung. Denn es ist einfach unmöglich, dass jedes Jurymit-glied jedes der eingesendeten Produkte prüft. Es handelt es sich gegenwärtig um hunderte von eingesendeten Produkten.

Derzeitig ist der Verband auf der Suche nach einem neuen Bewertungssystem. Der Verband hat selbst bereits erwogen, alle Mitglieder dazu zu verpflichten, einen Tag im Jahr für die Beurteilung im Wettbewerb zur Verfügung zu stehen. An diesem Tag müssen an einem zentralen Ort Produkte geprüft und beurteilt werden. Daneben stehen die Mitglieder der Fachjury zur Verfügung, um auch während eines Tages im Jahr zu prüfen und zu beurteilen.

Randbedingungen

Das neue System muss für maximal 300 eingesendete Produkte pro Kategorie ausgelegt sein. Die gesamte Teilnehmerzahl wird auf höchstens 500 geschätzt, von denen sich maximal 100 in allen Kategorien beteiligen.

Die Teilnehmer, die Produkte bewerten, wie auch die Mitglieder der Fachjury können am Tag der Beurteilung nicht unbegrenzt Produkte prüfen. Der Verband weiß aus Erfahrung, dass in einem bestimmten Moment eine Sättigung eintreten kann. Dadurch haben Produkte, die dann noch geprüft werden müssen, keine ehrliche Chance mehr. Daher hat der Verband fest-gelegt, dass die Beurteilung von 10 Produkten pro Person ideal ist. Falls dies zu praktischen Problemen führt, muss die Anzahl der pro Person zu prüfenden Produkte notwendigerweise angehoben werden. In keinem Fall soll ein Maximum von 20 Produkten pro Person an dem einen Tag überschritten werden. Der Verband hätte es gerne, dass eine Anzahl von etwa 10 bis 12 Produkten pro Person angestrebt wird. Andererseits möchte der Verband auch erreichen, dass ein möglichst ehrliches System eingeführt wird.

Die Fachjury besteht aus 10 Personen.

Aufgabe II:

Konzipiere ein möglichst faires System. Es muss auf jeden Fall die hier beschriebenen An-forderungen und Randbedingungen erfüllen. Bedenke, dass die genannten Anzahlen der ein-

gesendeten Produkte und die Teilnehmerzahlen nicht genau richtig sein müssen. Es sind Höchstgrenzen: Die genaue Zahl wird erst am Tag des Anmeldeschluss bekannt sein. Beschreibe das System und begründe deine Auswahl. Setze auch einen Brief auf, den der Verband seinen Teilnehmern zusenden kann. In diesem Brief muss das System den Teilnehmern kurz und klar dargelegt werden.

Übersetzung: Matthias Lippert



Mathematik A-lympiade: Vorrunde 1999-2000

Glatteis in Zeist

Einleitung

Glatteis ist in den Niederlanden ein merkwürdiges Ereignis. Im Winter regnet es manchmal, während der Boden noch gefroren ist. Das Regenwasser gefriert dann in dem Moment, in dem es auf die Erde kommt. Es bildet sich sofort ein Eisbelag auf den Wegen. Weil es so plötzlich passieren kann, entstehen dabei oft lebensgefährliche Situationen.

Wenn Glatteis droht, muss so schnell wie möglich gehandelt werden, um zu verhindern, dass der Gehweg vereist. Man kann dies tun, indem man Salz auf den Gehweg streut. Salz setzt den Gefrierpunkt von Wasser herab, so dass das Regenwasser nicht gefriert. Mit Salz beladene Lastwagen, die Streuwagen, streuen Salz auf den Gehweg. Da Glatteis so plötzlich auftreten kann, muss so schnell wie möglich gearbeitet werden.

Problematik in Zeist

Wenn Glatteis droht, muss in Zeist so effizient wie möglich gestreut werden. In Zeist wird diskutiert, welches System in der heutigen Situation so effizient wie möglich ist und wie es eventuell noch verbessert werden kann.

Gegebenheiten und Randbedingungen

Zeist ist ein größerer Ort bei Utrecht. Die Einwohner sind zum größten Teil Pendler. Auf der beiliegenden Karte siehst du, dass im Norden und im Süden von Zeist zwei verschiedene Autobahnen verlaufen (die A28 und die A12). Das Gebiet dazwischen (außer den „gewöhnlichen Straßen“ in Bunnik, links unten auf der Karte) ist das zu bestreuende Gebiet. In diesem Gebiet sind „Hauptstraßen“ hellgrau eingezeichnet, wie z.B. die „Griftlaan“ in Feld B4. Die „gewöhnlichen Straßen“ sind weiß. Ein voller Streuwagen fährt auf einer Autobahn durchschnittlich mit 60 km/h, auf den Hauptstraßen durchschnittlich 30 km/h und auf den Straßen in den Wohnbezirken durchschnittlich 15 km/h. Ein nicht streuender Wagen fährt entsprechend 80 km/h, 40 km/h und 20 km/h.

Ein voller Streuwagen kann ungefähr 10 Kilometer Weg bestreuen. Ein leerer Streuwagen wird vom Salzdepot aufs Neue beladen. Das Auffüllen eines Streuwagens dauert 10 Minuten. Zeist besitzt zwei Streuwagen, die im Industriegebiet stehen (alle schraffierten Flächen auf der Karte sind Industriegebiet). Hier befindet sich auch das Salzdepot. Das Industriegebiet mit dem Salzdepot und den Streuwagen ist das schraffierte Gebiet auf der Karte in der rechten unteren Ecke von C2.

Aufgabe I:

Die heutige Situation

Für den Augenblick, in dem Glatteis droht, muss natürlich ein Streuplan bereitliegen, der unter anderem eine Straßenkarte oder Wegbeschreibung für die Fahrer enthält.

Für die Gemeinde ist es wichtig, dass der Streuplan effizient ist. Formuliere, was du unter einem effizienten Streuplan verstehst und entwirf einen Plan, der nach deiner Erklärung so effizient wie möglich ist. Schreibe auch auf, wie du auf diesen Plan gekommen bist.

Du solltest nicht versuchen den Plan durch Ausprobieren und anschließendes Betrachten der Ergebnisse zu finden. Es ist beabsichtigt, dass du auf eine gut durchdachte und pfiffige Weise zum Entwurf deines Streuplanes kommst. (Stelle realistische Annahmen auf der Grundlage der gegebenen Informationen und deines gesunden Menschenverstandes auf).

Aufgabe II:

Ein umfassendes Gutachten

Die Gemeinde Zeist fordert ein Gutachten über die Möglichkeiten zur Erhöhung der Effizienz beim Streuen an. Sie möchte dieses Gutachten in einer Diskussion über eine eventuelle Verstärkung der Zahl der Streuwagen oder Erhöhung der Anzahl von Salzdepots verwenden. Vielleicht sind noch weitere effizienzsteigernde Maßnahmen zu berücksichtigen.

An euch geht der Auftrag dieses Gutachten zu schreiben. Selbstverständlich ist hierbei vor allem die Untermauerung eurer Ergebnisse von Belang.

Das Gutachten muss auf jeden Fall die folgenden Abschnitte enthalten:

- *Analyse der heutigen Situation*

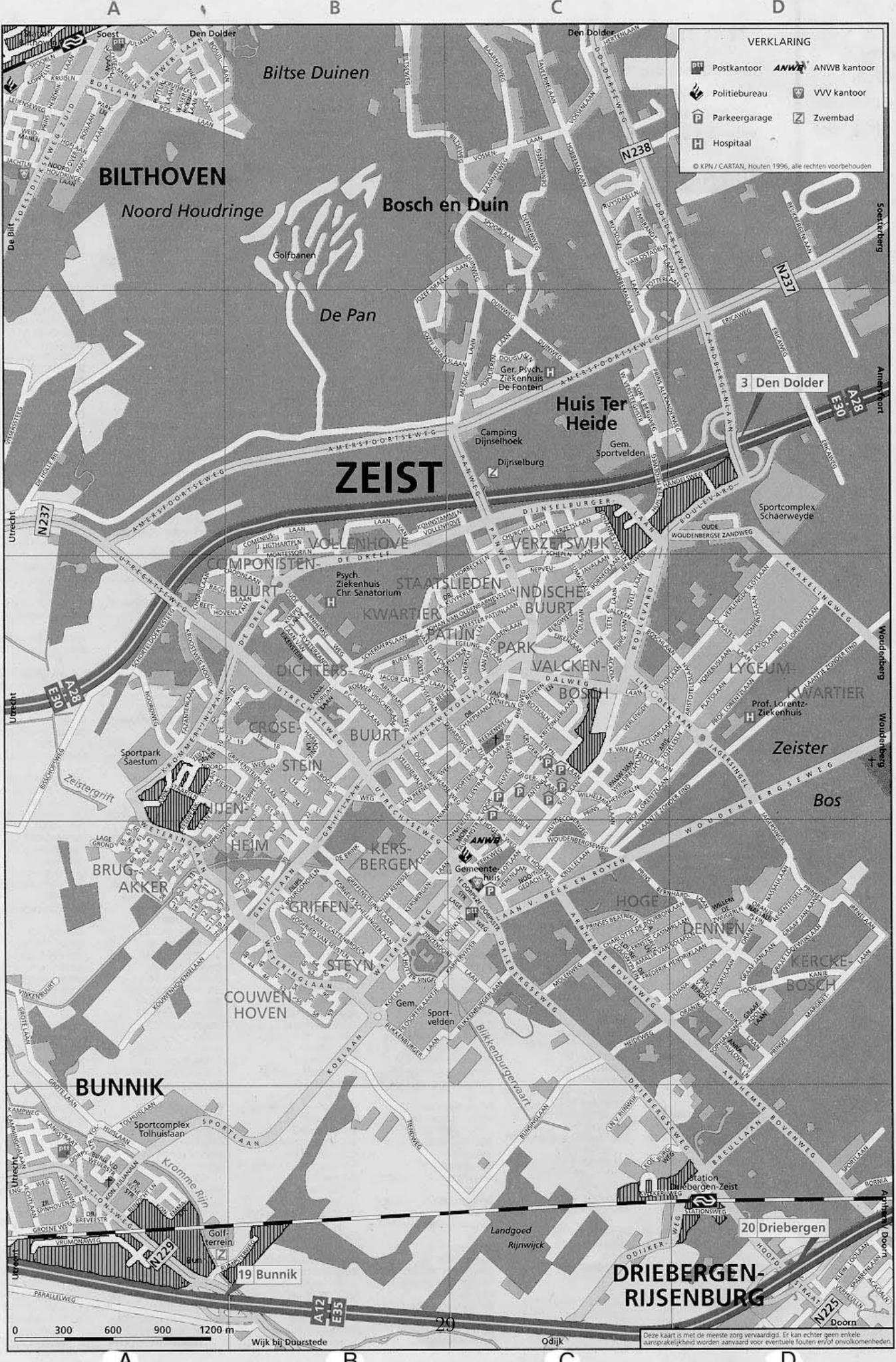
Hier werden die Ergebnisse der Aufgabe I dargestellt. Gleichzeitig nennt ihr hier die Knackpunkte, die euch begegnet sind.

- *Vorschläge zur Erhöhung der Effizienz*

In diesem Teil gebt ihr Ratschläge zu möglichen Anpassungen der Situation, durch welche die Effizienz gesteigert werden kann.

Benennt die Abwägungen, die für die effizienzsteigernden Maßnahmen eine Rolle spielen.

Übersetzung: Matthias Lippert



VERKLARING

	Postkantoor		ANWB kantoor
	Politiebureau		VVV kantoor
	Parkeergarage		Zwembad
	Hospitaal		

© KPN / CARTAN, Houten 1996, alle rechten voorbehouden

0 300 600 900 1200 m

Deze kaart is met de meeste zorg vervaardigd. Er kan echter geen enkele aansprakelijkheid worden aanvaard voor eventuele fouten en/of onvolkomenheden.

A B C D

Wijk bij Dourstede

Odijk

20 Driebergen

19 Bunnik

DRIEBERGEN-RIJSENBURG

BUNNIK

BRUG-AKKER

Sportpark Saestum

ZEIST

BILTHOVEN

Huis Ter Heide

3 Den Dolder

Biltse Duinen

Bosch en Duin

De Pan

VOLLENHOVE

VERZETSWIJK

COMPOSITEN

BUURT

DIJNSLURGER

DICHTERS

GROSE

STEIN

HEIM

GRIFPEN

STEYN

COUWENHOVEN

STAATSLIEDEN

KWARTIER

PATIJN

PARK

VALCKEN

BOSCH

HEIM

KERSBERGEN

GRIFPEN

STEYN

COUWENHOVEN

DIJNSLURGER

VERZETSWIJK

INDISCHE

BUURT

PARK

VALCKEN

BOSCH

HEIM

KERSBERGEN

GRIFPEN

STEYN

COUWENHOVEN

LYCEUM

WARTIER

Zeister

Bos



Mathematik A-lympiade: Vorrunde 2000-2001

Die Medaillenernte bei den olympischen Spielen

Einleitung

„Es waren sehr festliche Empfänge, mit denen die Rekordernte von 25 olympischen Medaillen gefeiert wurden. Mit dieser Anzahl nahmen die Niederlande den achten Platz im offiziellen Medaillenspiegel ein.“

Das obige Zitat zeigt, dass die Presse sich sehr lobend über die niederländischen Leistungen bei den olympischen Spielen 2000 in Sydney äußerte. Weiter heißt es jedoch in dem Artikel:

„Mit gezielten Investitionen in die Förderung des Spitzensports können die Niederlande in vier Jahren bei den olympischen Spielen in Athen vielleicht noch fünf bis fünfzehn Medaillen mehr holen als dieses Jahr in Sydney. Zumindest falls die Niederlande dann ebenso gut abschneiden, wie Norwegen es in diesem Jahr in Sydney schaffte. Norwegen war dort, gemessen an seiner Einwohnerzahl und dem Bruttosozialprodukt, das erfolgreichste westeuropäische Land.“

Nach diesem Artikel sind offenbar mehr Faktoren dafür entscheidend, ob ein Land bei den olympischen Spielen erfolgreich ist, als nur die Anwesenheit sportlicher Damen und Herren.

Aufgabe I:

Warum sind gerade die Einwohnerzahl und das Bruttosozialprodukt (BNP: „Bruttonationalprodukt“) für die Ergebnisse von Bedeutung?

Bei der olympischen Idee steht die sportliche Leistung an erster Stelle. Dabei geht es um individuelle Leistungen oder um Leistungen eines Teams. Jedesmal werden die sportlichen Leistungen miteinander verglichen und die Besten gewinnen eine Medaille.

Nicht nur sportliche Leistungen sondern auch Länder werden miteinander verglichen. Der offizielle Medaillenspiegel (siehe Anlage 2) ist ein Beispiel hierfür.

Es gibt auch Wertungen, welche die Leistungen der Länder über die Jahre hinweg, also aus allen olympischen Spielen, miteinander vergleichen. In der Anlage 1 findest du eine Rangliste für den Zeitraum von 1948 bis zu den Winterspielen 1998 in Nagano. Hier wird der Einwohnerzahl der Länder und der Anzahl der erzielten Medaillen pro Olympiade Rechnung getragen. Da nicht jedes Jahr gleich viele Medaillen vergeben werden, gehen nicht alle Spiele gleich stark in die Wertung ein. Daher wird mit Korrekturfaktoren gearbeitet. In der Spalte ‚N-Oly‘ steht die Anzahl der ‚Standart-Olympiaden‘, an denen ein Land teilgenommen hat. Die olympischen Spiele 1996-1998 (Sommer- und Winterspiele in Atlanta und Nagano) werden hierbei als *eine* Veranstaltung mit 1047 Medaillen gezählt. In der letzten Spalte ist die Anzahl der Medaillen pro 10 Millionen Einwohner und pro Standart-Olympiade berechnet. Durch diese Werte wurde die Reihenfolge bestimmt, in der die Länder aufgeführt

sind. Wie du siehst, kann nach dieser Berechnungsart das Fürstentum Lichtenstein als das erfolgreichste olympische Land bezeichnet werden.

Aufgabe II:

1. Der Wert für Lichtenstein in der letzten Spalte (321.06) ist falsch berechnet. Rechne den korrekten Wert aus.
2. Lichtenstein führt die Liste mit großem Abstand an. Meistens spricht man dann von einer besonderen Situation. Erkläre, weshalb Lichtenstein so weit vor den anderen in Führung liegt.

Aufgabe III:

1. Die Sommerspiele aus dem Jahr 2000 sind noch nicht in die Liste der Anlage 1 aufgenommen worden. Berechne für diese Spiele den Korrekturfaktor (siehe Anlage 2).
2. Erwartest du, dass durch die Aufnahme der Ergebnisse von Sydney im Jahr 2000 große Verschiebungen in der Rangordnung auftreten werden? Erläutere deine Antwort.

Zwischenaufträge

In den vorangegangenen Aufträgen hast du die Ergebnisse der olympischen Spiele für eine Anzahl von Jahren betrachtet. Die folgenden Aufträge drehen sich um die olympischen Spiele in Sydney im Jahr 2000. Sie sind der Auftakt zum Abschlussauftrag, in dem du ein eigenes System einer Rangordnung der Länder für die olympischen Spiele in Sydney im Jahr 2000 erstellen wirst.

Die Rangordnung der Anlage 1 ist bezüglich der Einwohnerzahl korrigiert worden. Dass große Länder mehr Medaillen gewinnen als kleine, ist zu erwarten. Deutschland hat ungefähr viermal so viele Einwohner wie Australien. Statistisch gesehen dürfte man erwarten, dass Deutschland auf 100 Meter Freistil vier Topschwimmer gegen einen australischen stellen kann. Nun ist es allerdings so, dass aus jedem Land nur eine begrenzte Anzahl von Teilnehmern in einer bestimmten Sportart antreten darf.

Aufgabe IV:

1. Welchen Zusammenhang erwartest du zwischen der Einwohnerzahl und der Anzahl der erzielten Medaillen? Erläutere deine Antwort.
2. Überprüfe, ob dieser Zusammenhang in den Daten der Anlage 2 zu finden ist. Wähle hierfür einen einfachen und effizienten Ansatz und begründe deine Wahl. Erläutere deine Ergebnisse.

Gewinnen reichere Länder mehr Medaillen? Auf den ersten Blick scheint dies tatsächlich der Fall zu sein. Reiche Länder haben immer mehr Geld zur Verfügung, um ihre talentierten Sportler vorzubereiten.

Ein Maß für den Reichtum eines Landes ist das Bruttonozialprodukt (BNP). Dies ist der Gesamtbetrag, den alle Einwohner eines Landes in einem Jahr zusammen verdienen.

Aufgabe V:

1. Welchen Zusammenhang erwartest du zwischen dem BNP und der erzielten Medailenzahl? Erläutere deine Antwort.
2. Überprüfe, ob dieser Zusammenhang in den Daten der Anlage 2 zu finden ist. Wähle hierfür einen einfachen und effizienten Ansatz und begründe deine Wahl. Erläutere deine Ergebnisse.

Noch einmal zurück zum oben erwähnten Vergleich zwischen Deutschland und Australien. Für Teamsportarten gilt diese Begrenzung der Teilnehmerzahlen natürlich nicht. So müssen Deutschland und Australien beide elf Hockeyspieler ihrer Hochleistungsklasse stellen. Bei viermal so vielen Einwohnern darf man erwarten, dass dies für Deutschland leichter ist. In Anlage 3 sind die Daten über gewonnene Medaillen bei echten Teamsportarten aufgeführt. Dies sind Sportarten die nicht im Einzelkampf ausgetragen werden können. Schwimmen und Rudern gehören also beispielsweise nicht hierzu.

Aufgabe VI:

Untersuche auf der Grundlage der gegebenen Daten, ob Länder mit größerer Einwohnerzahl tatsächlich einen Vorteil haben. Begründe deine Schlussfolgerungen.

Abschlussauftrag: Welches Land hat bei der Olympiade 2000 in Sydney am besten abgeschnitten?

In diesem abschließenden Auftrag entwirfst du ein Berechnungssystem für eine eigene Länderwertung der Olympiade 2000 in Sydney. Dabei gehen eine Reihe von Faktoren ein, welche die letztendliche Rangordnung bestimmen. Nach dem offiziellen Medaillenspiegel liegen die Niederlande auf dem achten Platz. Wenn man allerdings bei den Berechnungen den Einfluss des BNP und/oder der Einwohnerzahl berücksichtigt, erhält man eine andere Rangfolge.

Es sind natürlich noch mehr Faktoren zu berücksichtigen, die Einfluss darauf haben, welcher Platz einem Land in einer Rangliste zugewiesen wird. Vielleicht möchtest du Goldmedaillen höher gewichten als Silbermedaillen. Aber dann musst du auch Argumente für einen bestimmten Gewichtungsfaktor der unterschiedlichen Medaillen liefern. Und sind es eigentlich wirklich nur die Medaillen, die eine Rolle spielen? Eventuell möchtest du die besten fünf Plätze einer Sportart in die Wertung aufnehmen an Stelle der besten drei. Auch dafür sind Argumente nötig. Vielleicht hältst du auch ein Land, das in mehreren Sportarten Medaillen erzielt, für besser als ein Land, das nur in einer Sportart erfolgreich ist. Oder genau anders herum. Vielleicht möchtest du auch die Anzahl der Sportler, die keine Medaillen gewonnen haben, in deine Berechnungen mit einbringen usw. usw.

Aufgabe VII:

Erstelle eine Liste mit den Faktoren, die du für wesentlich hältst, um eine Rangordnung der Teilnehmerländer bei der Olympiade 2000 in Sydney aufzustellen. Beschränke dich nicht auf die hier genannten Faktoren und gehe so vor, als seien alle benötigten Daten vorhanden. Erläutere für jeden Faktor, weshalb du ihn für bedeutsam hältst, und erkläre für jeden Faktor mit Begründung, wie du ihn in die Bestimmung deiner Rangfolge eingehen lässt.

Benutze auch Ergebnisse und Argumente aus den vorgegangenen Aufträgen.

Aufgabe VIII:

In den Anlagen 2, 3 und 4 findest du eine beschränkte Anzahl von Daten über die Olympiade 2000 in Sydney. Entwirf ein Berechnungsmodell zur Erstellung einer eigenen Länderwertung. Hierin müssen die von dir gewählten Faktoren aus dem vorangegangenen Auftrag, soweit die gegebenen Daten dies zulassen, berücksichtigt werden.

Wende dieses Modell auf die olympischen Sommerspiele 2000 in Sydney an und bestimme, welches Land nun den ersten Platz erreicht.

Schreibe einen kurzen Zeitungsartikel, in dem du über die Ergebnisse aus den beiden letzten Aufträgen berichtest.

Übersetzung: Matthias Lippert



Mathematik A-lympiade: Vorrunde 2001-2002

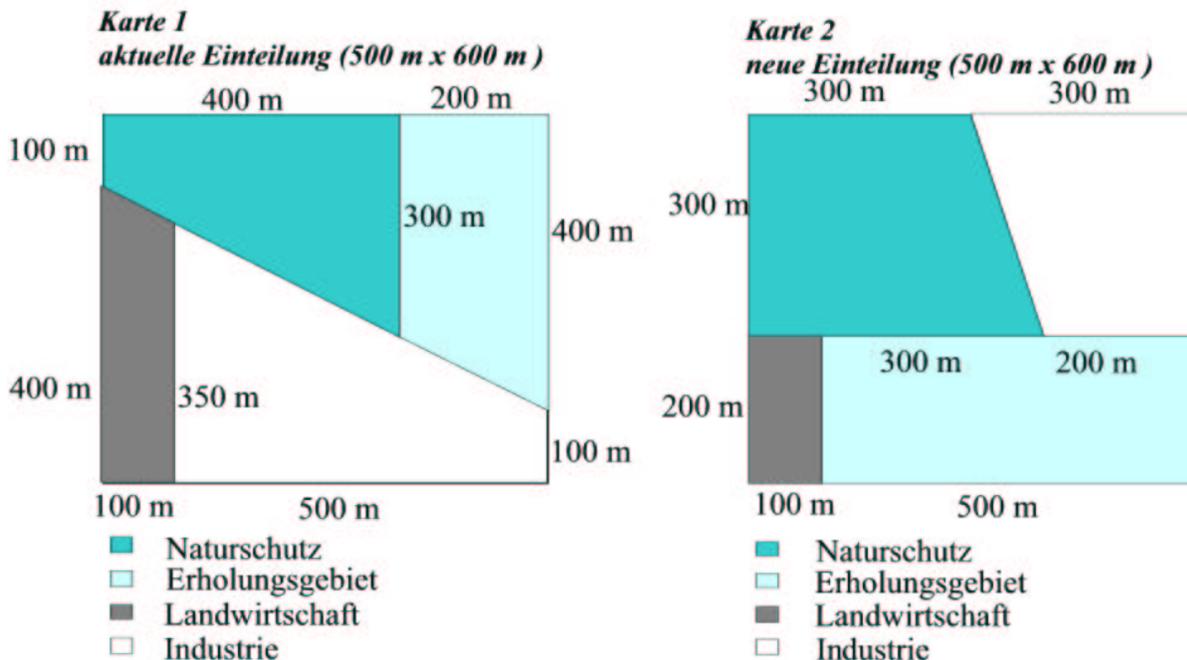
Gebietsneuordnung

Einleitung

Die Niederlande sind komplett eingeteilt. Das wird zwar oft gesagt, aber so richtig wahr ist das nicht. Ziemlich oft wird ein Landschaftsgebiet im Laufe der Zeit verändert. Mit anderen Worten, ein Gebiet wird neu geordnet. Solche Gebietsneuordnung kann das Ergebnis veränderter Sichtweisen sein. So waren die Menschen in früherer Zeit der Ansicht, dass es vernünftig sei, große rechteckige Felder zu haben, während man heutzutage gewöhnlich die Natur nach ihren eigenen Regeln sich entwickeln lässt. Kleine Bäche, die einst begradigt wurden, werden heute in ihren natürlichen Verlauf mit Kurven zurückgeführt. Manchmal erhält eine Landschaft eine neue Funktion: zum Beispiel wird ein landwirtschaftlich genutztes Gebiet in ein Naturschutzgebiet verwandelt oder es wird zum Freizeitgebiet. Solche Veränderungen kosten Geld. In dieser Aufgabe der Mathematik A-lympiade sollst du an Problemen der Gebietsneuordnung und der damit verbundenen Kosten arbeiten.

Aufgabe I:

Auf der Karte 1 (unten) ist die bestehende Anordnung eines 30 ha großen Gebietes zu sehen. Durch unterschiedliche Schattierungen für jeden einzelnen Teil wird angezeigt, welche Funktionen die verschiedenen Teile haben oder wie sie genutzt werden. Die Karte 2 zeigt, wie das Gebiet nach der Neuordnung aussehen sollte.



In der folgenden Tabelle seht ihr die durchschnittlichen Kosten der Neuordnung (in DM pro Quadratmeter):

von \ zu	Naturschutz	Erholung	Landwirtschaft	Industrie
Naturschutz	-	30	40	20
Erholung	20	-	30	30
Landwirtschaft	10	30	-	20
Industrie	50	40	50	-

Aus dieser Tabelle kann man ablesen, dass es 40 DM pro Quadratmeter kostet, die Funktion eines Gebietes von natürlicher zu landwirtschaftlicher Nutzung zu ändern. Unter Verwendung der Karten 1 und 2 und der Kostentabelle ist es möglich, eine sogenannte Kostenkarte zu erstellen.

In einer Kostenkarte wird das ganze Gebiet in Teile unterteilt, und zwar so, dass für jeden Teil ersichtlich wird, welche Kosten pro Quadratmeter entstehen bei Änderung der derzeitigen in die neue gewünschte Nutzung. Diese Kosten pro Quadratmeter werden in jedem eingezeichneten Teilbereich der Kostenkarte angegeben.

Entwerft eine Kostenkarte für die dargestellte Situation und benutzt sie, um den Gesamtbeitrag für die Neuordnungs-Kosten des angegebenen Gebietes festzulegen.

Im Anhang 1 findet ihr zusätzliche Kopien von Karte 1 und 2.

Aufgabe II:

In Aufgabe 1 waren die bestehende Situation und die erwünschte Neuordnung in der Nutzung eines Gebietes sowie die Kostentabelle gegeben. Normalerweise wird die angestrebte Anordnung nicht so klar dargestellt wie in Aufgabe 1.

Bei dieser Aufgabe 2 nun werden wir die Karte 1 benutzen und die Kostentabelle aus Aufgabe 1. Ihr werdet jedoch mehr Freiheit bekommen für die Konstruktion der Neuordnung. In der neuen Anordnung sollen alle vier Teile die gleiche Fläche umfassen wie auf der Karte 2, aber sie können auf andere Weise in dem Gebiet angeordnet werden. Das Ziel ist, eine preiswertere Lösung für die Neuordnung zu finden als die in Karte 2 dargestellte. Um das zu erreichen ist es hilfreich, sorgfältig zu notieren, was ihr tut.

Ordnet das gegebene Gelände neu, und zwar so, dass die Flächen der vier Teile die gleichen sind wie auf Karte 2, wobei aber ihre Form und ihre Lage davon abweichen können. Erklärt kurz eure Vorgehensweise und erklärt auch, wie sicher ihr seid (und warum), dass ihr die preiswerteste Lösung gefunden habt.

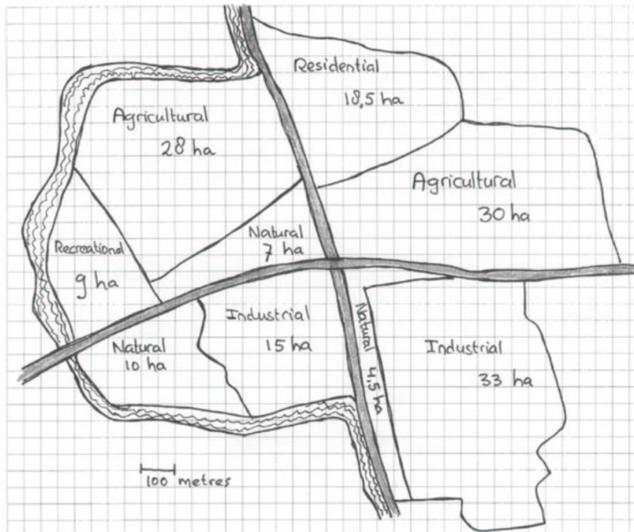
Aufgabe III:

Für Aufgabe 1 und 2 wurden keine besonders realistischen Karten benutzt. In der Wirklichkeit haben die Gebiete keine schönen geraden Grenzen. In dieser Aufgabe werden wir

eine wirklichkeitsgetreuere Karte benutzen. Außerdem sollt ihr eure Aufmerksamkeit nicht nur auf die Kosten der Neuordnung richten, sondern andere Gesichtspunkte müssen auch in Betracht gezogen werden.

Das auf der Karte 3 dargestellte Gebiet ist das gesamte Gelände einer kleinen Gemeinde. Das Gelände wird teilweise von einem Fluss begrenzt. Die Karte zeigt die bestehende Anordnung der einzelnen Teile, ihre Funktionen und ihre Fläche in Hektar. (1 Hektar = 1 ha = 100 m x 100 m = 10 000 m²) Ihr könnt erkennen, welche Funktion jeder der Teile innerhalb der Gemeindegrenzen hat. Beachtet, dass die Flächenmaße gerundet sind! Die Gemeinde möchte, entsprechend der sich wandelnden Verhältnisse, einen neuen Entwicklungsplan entwerfen. Unter anderem besteht wachsendes Interesse daran, sich in der Gemeinde anzusiedeln, und die Industrie ist dabei, die Gegend zu verlassen. Folglich muss das Gebiet der Gemeinde neu geordnet werden.

Der Gemeinderat hat ein Neuordnungs-Komitee benannt, das den Entwicklungsplan entwerfen soll. Euer Team wird dieses Komitee sein. Zuvor hat der Rat eine Karte der bestehenden Situation gezeichnet (s. Karte 3), Informationen gesammelt und eine Versammlung aller Beteiligten abgehalten.



Folgendes ist festgesetzt worden:

- Die 5 Funktionen innerhalb des Gebietes werden neu verteilt werden. Zum Beispiel: das Wohngebiet wird sich vergrößern und die industrielle Fläche wird sich verringern. Die neuen Prozentanteile werden unten dargestellt als Prozentteile der gesamten Fläche des Gebietes.

neue Prozentsätze:	Wohngebiet	20%
	Natur	20%
	Erholung	15%
	Landwirtschaft	25%
	Industrie	20%

- Die durchschnittlichen Neuordnungs-Kosten sind festgelegt worden. Sie werden in der untenstehenden Kostentabelle dargestellt. Wie ihr seht, unterscheiden sich die Neuordnungskosten in dieser Region von denen in Problem 1 und 2.

Tabelle der durchschnittlichen Kosten (in DM pro Quadratmeter)

von \ zu	Wohngebiet	Naturschutz	Erholung	Landwirtschaft	Industrie
Wohngebiet	-	100	100	100	100
Naturschutz	60	-	40	30	50
Erholung	40	40	-	20	40
Landwirtschaft	40	30	20	-	40
Industrie	100	60	70	80	-

Die verschiedenen Beteiligten haben alle ihre eigenen Forderungen und Wünsche bezüglich der Neuordnung. Bei dem Treffen einigten sie sich auf Folgendes:

- Die landwirtschaftliche Fläche muss so weit wie möglich ein Ganzes bilden. Die landwirtschaftliche Nutzung soll also - wenn möglich - nicht auf verschiedene voneinander getrennte Stücke verteilt werden.
- Während des Neuordnungsprozesses wird angestrebt, die Kosten so niedrig wie möglich zu halten. Allerdings darf dies nicht die Qualität des Planes mindern.
- Der Entwicklungsplan muss die Attraktivität der Gemeinde erhöhen.
- Die Lage der Hauptverkehrsstrassen und des Flusses können nicht verändert werden.
- Es ist nicht nötig, die Gebietsnutzung von angrenzenden Gemeinden in Betracht zu ziehen.

Während der Versammlung sind noch viele andere Punkte diskutiert worden, es ist aber keine Übereinkunft erzielt worden. Einige dieser Diskussionspunkte sind hier aufgelistet: Sollte eine bestimmte Funktion auf einen Teilbereich begrenzt sein oder ist es besser, eine Funktion in kleinen Teilbereichen über das ganze Gebiet zu verteilen? Welche Teilbereiche mit welchen Funktionen können aneinandergrenzen und welche nicht? Für welche der verschiedenen Nutzungen ist 'Erreichbarkeit' von höchster Wichtigkeit? Welche Schwierigkeiten können an den Grenzen zwischen unterschiedlichen Teilbereichen auftreten und wie geht man damit um?

Alle diese Punkte werden im Komitee weiter diskutiert werden (vervollständigt also eure Liste!). Das Komitee soll in diesen Punkten die Entscheidungen treffen und einen Vorschlag für den Neuordnungs-Plan erarbeiten. In dem Vorschlag muss deutlich gemacht werden, welche Wahl das Komitee getroffen hat und warum. Der Vorschlag sollte einige (machbare!) Alternativen enthalten.

Die Aufgabe für euer Neuordnungs-Komitee lautet also:

Stellt einen Entwicklungsplan vor mit einer Karte des neugeordneten Gebietes, der Kostenkarte dafür und einer Kalkulation der Gesamtkosten. (Vielleicht möchtet ihr Kopien von Karte 3 benutzen, ihr findet sie im Anhang). Macht die Entscheidungen deutlich, die ihr

getroffen habt und erklärt, warum ihr sie in dieser Form gefällt habt. Beschränkt euch nicht nur auf die oben aufgelisteten Punkte! Darüberhinaus sollte euer Plan klar erkennen lassen, welche Beachtung die Gesamtkosten finden.

Aufgabe IV:

Der Entwicklungsplan, den ihr als Neuordnungs-Komitee erstellt habt, ist vom Gemeinderat einstimmig angenommen worden. Zur Zeit wird der Plan umgesetzt. Es sieht so aus, als würde er ein voller Erfolg! Andere ähnlich strukturierte Gemeinden, die auch an neuen Entwicklungsplänen arbeiten, haben euren Gemeinderat um Rat gefragt. Sie möchten wissen, wie man vorgegangen ist beim Entwurf des Entwicklungs- und Neuordnungsplans.

Der Gemeinderat bittet euch, einen knappen Bericht zu verfassen, der die Vorgehensweise bei der Erstellung des Entwicklungsplans beschreibt. Die Strategie, die ihr beschreibt, sollte anwendbar sein für jedes beliebige Gebiet, dessen verschiedene Teilbereiche mit ihren unterschiedlichen Funktionen bekannt sind. Sie sollte begleitend eine Beschreibung der notwendigen neuen Anordnungen enthalten (angegeben als Prozentteile der Gesamtfläche) und eine Kostentabelle. In dem Bericht sollt ihr auch beschreiben, wie man mit den Forderungen und Wünschen der beteiligten Gruppen umgeht und warum welche Entscheidungen getroffen werden.

Selbstverständlich sind diese Forderungen und Wünsche in jeder Gemeinde anders. Erwägt in eurer Strategie, welche Schwierigkeiten auftreten könnten und erklärt, wie man dann handeln sollte.

Eure Strategie soll (in den meisten Fällen) eine (wohlbegründete) gute und preiswerte Lösung darstellen. Bedenkt daher den Aspekt der Gesamtkosten! Um die Beschreibung nicht zu abstrakt zu machen, solltet Ihr eurem Bericht die Arbeitsergebnisse zu Aufgabe 3 als Beispiel oder Erläuterung der Vorgehensweise hinzufügen.

Übersetzung: Michael Spielmann