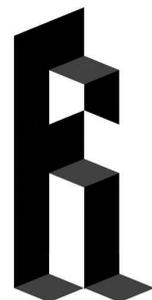
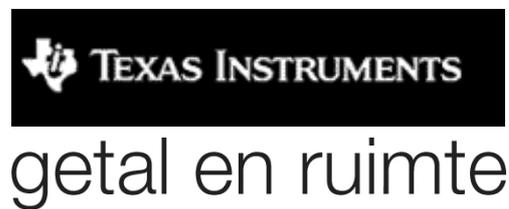


# Das Weihnachtsbuffet



Aufgabe der Vorrunde für die 18-te Mathematik A-lympiade

24. November 2006



Die A-lympiade in NRW wird durch das Ministerium für Schule und Weiter bildung ausgerichtet mit freundlicher Unterstützung durch



Landesverband Mathematikwettbewerbe NRW e.V.

und



## **A-lympiade 2005: Hinweise für die Teams**

Liebe Schülerinnen und Schüler!

Sie beteiligen sich heute an einem anspruchsvollen und spannenden Wettbewerb, der konzentriertes, gut strukturiertes und teamorientiertes Arbeiten von Ihnen verlangt.

**Die folgenden Hinweise sollten Sie unbedingt beachten:**

Die Aufgabe besteht aus 3 Teilaufgaben als Voruntersuchung und einer Hauptaufgabe.

- Lesen Sie den Aufgabentext gründlich. Klären Sie, worin die eigentliche Aufgabe besteht, und verteilen Sie die Arbeit im Team sinnvoll.
- Für die Bearbeitung der Aufgabe haben Sie 7 Stunden Zeit. Planen Sie genügend Zeit für den Abschlussauftrag ein. Auch das Aufschreiben der Lösung kostet viel Zeit.
- Bevor Sie mit der Arbeit am Abschlussauftrag beginnen, stellen Sie einander ihre Teilergebnisse zu den Voruntersuchungen vor.
- Im Abschlussauftrag geht es darum, eine möglichst klare Beschreibung für das entworfene Reservierungssystem zu skizzieren.
- Die Antworten zu den Voruntersuchungen gehören nicht in die Beschreibung des Reservierungssystems im Abschlussauftrag. Diese Resultate werden als Anhang an die Arbeit angefügt. Im Abschlussauftrag kann dann ggf. auf sie verwiesen werden.
- Sie dürfen für die Bearbeitung der Aufgabe Bücher und einen Computer benutzen.

**Dies müssen Sie abgeben:**

- Eine klare und ausführliche Beschreibung des Reservierungssystems
- Als Anlage: Die Ergebnisse zu den Einstiegsaufgaben und den weiterführenden Aufträgen

**Die beurteilenden Lehrerinnen und Lehrer erhalten Kopien Ihrer Arbeit. Damit die Kopien gut lesbar sind, halten Sie Ihre Arbeit bitte durchweg im A4-Format, drucken Sie in schwarzweiß und benutzen Sie nur schwarz schreibende Stifte (keinen Bleistift!). Erstellen Sie im Zweifelsfall eine Probekopie. Um eine größtmögliche Objektivität bei der Korrektur zu unterstützen, erwähnen Sie bitte den Namen Ihrer Schule in Ihrer Arbeit nicht.**

Wesentliche Beurteilungskriterien sind:

- Lesbarkeit und Verständlichkeit der Beschreibung des Reservierungssystems
- Vollständigkeit der Arbeit
- sinnvoller, richtiger und geschickter Gebrauch von Mathematik
- schlüssige Argumentationen und sinnvolle Begründungen von getroffenen Entscheidungen (hierbei kann der Realitätsbezug von Bedeutung sein)
- Tiefgang der Arbeit: Wie gründlich wurden die einzelnen Punkte ausgearbeitet?
- Gestaltung der Arbeit: Form, Struktur, Sprache, Gebrauch und Funktion der Anlagen, Einsatz von Diagrammen, Tabellen, Zeichnungen usw.

**Viel Spaß und Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgabe!**



## Mathematik A-lympiade: Vorrunde 2006-2007

### Das Weihnachtsbuffet

#### Einleitung

Das Restaurant „Alympia“ ist ein griechisches Restaurant im Zentrum einer mittelgroßen Stadt. In diesem Jahr plant der Eigentümer von Alympia, Anastasios Zeus, erstmalig ein Weihnachtsbuffet am zweiten Weihnachtstag auszurichten. Bei diesem Weihnachtsbuffet werden alle Gerichte auf langen Tischen aufgestellt und jeder Gast darf sich unbegrenzt daran bedienen. Speziell für dieses Buffet hat Zeus ein Getränkemenu zusammengestellt. Selbstverständlich muss man für dieses Buffet im Voraus reservieren.

Anastasios Zeus möchte seinen Gästen natürlich ein geselliges Weihnachtsbuffet bieten, aber er denkt auch an den größtmöglichen Gewinn. Dabei muss er eine Reihe unterschiedlicher Faktoren beachten: Seine eigenen Kosten (Abschreibungen, Einkauf und Personal), die Kapazität seines Restaurants, die Wünsche seiner Gäste etc.

Ein besonderes Problem sieht Zeus in den Reservierungen: Er kann nicht abschätzen, wie viele Reservierungen er für sein Weihnachtsbuffet erwarten darf. Euer Auftrag wird daher in der Konzipierung eines guten Reservierungssystems bestehen.

Das Konzept muss ein Zeitraster für den Essensplan und einen Belegungsplan für das Restaurant enthalten sowie Bedingungen benennen, unter welchen Umständen die Gäste zufrieden sind, das Restaurant während der gesamten Dauer der Veranstaltung so stark wie möglich belegt ist und der Gewinn des Eigentümers maximal wird.

In den Eingangs- und weiterführenden Aufgaben arbeitet ihr euch in das Problem an Hand von vereinfachten Situationen ein. In der Abschlussaufgabe müsst ihr schließlich alle Aspekte berücksichtigen, um ein optimales Reservierungssystem für Anastasios Zeus zu konzipieren.

#### Informationen über das Weihnachtsbuffet

##### Das Buffet

Möchte eine Gesellschaft aus mehreren Personen das Buffet reservieren, so kann sie sich als Gruppe unter dem Namen eines Gruppenmitgliedes anmelden. Die Dauer der Teilnahme am Buffet wird bei der Reservierung mit angegeben: Hier kann eine Dauer von zwei, drei oder vier Stunden gewählt werden. Das Buffet wird um 17:00 Uhr eröffnet und endet um 24:00 Uhr. Bei der Reservierung wird mit angegeben, ob man früh (zwischen 17:00 Uhr und 20:00 Uhr) oder spät (ab 20:00 Uhr) mit dem Buffet beginnen möchte. Angesichts der Größe des Restaurants und der weihnachtlichen Stimmung wird die Gruppengröße auf acht Personen beschränkt.

Die Getränke werden von der Bedienung am Tisch serviert. Wenn eine Gesellschaft ihr Buffet beendet, wird für Essen und Getränke ein vorher vereinbarter Festpreis pro Person abgerechnet. Das Restaurant Alympia hat einen festen Kellner eingestellt.

## Die Räumlichkeiten

Im Restaurant können maximal 48 Gäste gleichzeitig bewirtet werden. Es gibt 24 Tische, die jeweils für zwei Personen ausgelegt sind. Durch Umstellen der kleinen Tische kann das Personal im Handumdrehen einen Tisch für eine größere Gruppe zusammenstellen. An einem Tisch für zwei Personen können auf keinen Fall mehr als zwei Personen untergebracht werden. Gruppen mit einer ungeraden Personenzahl oder Einzelpersonen werden nicht mit anderen Personen an einen Tisch gesetzt. Eine Gruppe von beispielsweise drei Personen wird daher an einen Tisch, der aus zwei Tischen für zwei Personen zusammengestellt wird, platziert.

## Preise und Kosten

Zeus hat für seine eigene Kalkulation folgende Preisliste für das Weihnachtsbuffet mit Getränkearrangement aufgestellt (neben den Preisen sind jeweils die Einkaufskosten des Restaurants aufgeführt):

|           | Buffet       |                   | Getränke          |                   |
|-----------|--------------|-------------------|-------------------|-------------------|
|           | Preis Buffet | gemittelte Kosten | Preis Arrangement | gemittelte Kosten |
| 2 Stunden | 35 €         | 7 €               | 15 €              | 3 €               |
| 3 Stunden | 45 €         | 9 €               | 20 €              | 4 €               |
| 4 Stunden | 55 €         | 11 €              | 25 €              | 5 €               |

*Alle Preise gelten pro Person.*

Die festen Kosten betragen für Zeus 500 € pro Abend. In diesen Kosten sind die Miete, der Koch, der feste Ober, sein eigener Lohn, die Abschreibung des Kücheninventars usw. enthalten.

Das Restaurant verfügt über eine große Zahl abrufbarer Teilzeitkellner, die zum größten Teil Auszubildende der örtlichen Hotelfachschule sind. Herr Zeus möchte, dass jeweils für zehn Gäste eine Bedienung zur Verfügung steht. Durchschnittlich kostet eine Bedienung 15 € pro Stunde. Zeus spricht immer im voraus ab, für wie viele (zusammenhängende) Stunden sein Personal zur Arbeit kommt.

## Einstiegsaufgaben

### Aufgabe 1

Geht davon aus, dass Zeus folgende Reservierungen für sein Weihnachtsbuffet angenommen hat:

| Name                  | Personenzahl | Dauer des Buffets (in Stunden) | Beginn |
|-----------------------|--------------|--------------------------------|--------|
| 1. Fam. Marée         | 3            | 4                              | früh   |
| 2. Joris und Gertrude | 2            | 2                              | spät   |
| 3. Fam. van der Gun   | 8            | 4                              | spät   |
| 4. Fam. Verbeem       | 4            | 4                              | früh   |
| 5. Marjan und Ruud    | 2            | 2                              | früh   |
| 6. Marc und Harriët   | 4            | 3                              | spät   |
| 7. Fam. Bol           | 7            | 3                              | spät   |
| 8. Kim v. Rijsewijck  | 5            | 3                              | früh   |
| 9. Fam. van Woezik    | 6            | 2                              | früh   |

Erstellt einen Essensplan für diese Gäste und berechnet den maximalen Gewinn, den Zeus auf der Grundlage der obigen Reservierungen während seines Weihnachtsbuffets machen kann. Erklärt, wie ihr vorgeht.

## Aufgabe 2

Für Herrn Zeus sind bei der gültigen Preistabelle nicht alle Gruppen, die er empfängt, gleichermaßen günstig. Gebt einen Überblick über die Faktoren, die hier bestimmend wirken. Verdeutlicht eure Ausführungen durch Rechenbeispiele. Berechnet dann den maximalen Gewinn, den Herr Zeus theoretisch während des Abends mit dem Weihnachtsbuffet erzielen kann. Untermauert eure Berechnungen und legt Gründe für Festlegungen, die ihr macht, dar.

## Weiterführende Aufträge

Anastasios Zeus geht von einem großen Ansturm auf sein Weihnachtsbuffet aus. Er entscheidet sich deshalb für ein Reservierungssystem über das Internet. Als er einen Tag, nachdem die Reservierungsseite im Netz aktiviert wurde, seine Mailbox abrufen, stellt er fest, dass diese überfüllt ist. Es sind viel mehr Reservierungsanfragen für das Weihnachtsbuffet, als er jemals Gäste an einem Abend in seinem Restaurant unterbringen kann. Was nun?

In der Anlage findet ihr eine Tabelle mit den Anfragen, die am ersten Tag hereinkamen, in zeitlicher Reihenfolge (von oben nach unten).

## Aufgabe 3

Die große Zahl von Anfragen hat Zeus überrumpelt. Ursprünglich hatte er vorgehabt, nach dem Prinzip ‚wer zuerst kommt, malt zuerst‘ vorzugehen. Teilt die Gäste nach diesem Prinzip ein und berechnet den Gewinn von Zeus bei dieser Einteilung. Stellt einen vollständigen Essensplan auf und achtet dabei auf Übersichtlichkeit.

## Aufgabe 4

Findet eine optimale Einteilung (den besten Essensplan) für Zeus, indem ihr das Prinzip ‚wer zuerst kommt, malt zuerst‘ fallen lasst und nach eigenen Kriterien die Anfragen einteilt. Macht ganz deutlich, welche Entscheidungen ihr hierbei trifft und begründet sie. Auch hierbei muss die Ausarbeitung einen Essensplan enthalten. Außerdem müssen alle Berechnungen und Abwägungen in klarer Weise deutlich gemacht werden.

## Abschlussauftrag

Benutzt hier eure Erfahrungen und Ergebnisse aus den Einstiegsaufträgen!

Zeus erwägt, häufiger ein solches Buffet zu organisieren. Die Reservierungen sollen dann auch wieder über das Internet vorgenommen werden.

Entwerft ein System oder eine Anzahl von Kriterien, wonach Zeus in einem solchen Fall die Einteilung vornehmen sollte. Das System muss ein schematisches Vorgehen liefern, nach dem in gut handhabbarer Weise die Reservierungen eingeteilt werden können.

Beschreibt deutlich die Funktionsweise des Systems, so dass Zeus und eventuelle neue Angestellte mühelos mitarbeiten können. Das System darf natürlich auch als Flussdiagramm oder in Form eines Computerprogramms (bitte in verständlicher Textform) angegeben werden.

**Anlage:** Reservierungsanfragen des ersten Tages

|    | <b>Name</b>        | <b>Personenzahl</b> | <b>Dauer (Stunden)</b> | <b>Beginn</b>   |
|----|--------------------|---------------------|------------------------|-----------------|
| 1  | Fam. Marée         | 3                   | 3                      | früh            |
| 2  | Joris en Gertrude  | 2                   | 2                      | spät            |
| 3  | Fam. Van der Gun   | 8                   | 4                      | spät            |
| 4  | Fam. Verbeem       | 4                   | 4                      | früh            |
| 5  | Marjan en Ruud     | 2                   | 2                      | früh            |
| 6  | Marc en Harriët    | 4                   | 3                      | keine Präferenz |
| 7  | Fam. Bol           | 7                   | 3                      | spät            |
| 8  | Kim v. Rijsewijk   | 5                   | 3                      | früh            |
| 9  | Fam. Van Woezik    | 6                   | 2                      | keine Präferenz |
| 10 | Kees en Leonie     | 4                   | 4                      | früh            |
| 11 | Fam. Van Iersel    | 7                   | 3                      | spät            |
| 12 | Koen v. Nieuwkerk  | 3                   | 2                      | spät            |
| 13 | Froukje van Eerde  | 7                   | 2                      | keine Präferenz |
| 14 | Bas Schippers      | 3                   | 3                      | früh            |
| 15 | Niels van Iersel   | 6                   | 4                      | früh            |
| 16 | Fam. Joosten       | 5                   | 2                      | spät            |
| 17 | L. van Everdingen  | 2                   | 3                      | früh            |
| 18 | Edward             | 3                   | 2                      | spät            |
| 19 | Fam Van Dijk       | 2                   | 2                      | früh            |
| 20 | R.M.L. Luyendijk   | 4                   | 3                      | keine Präferenz |
| 21 | Paul Thiel         | 5                   | 4                      | früh            |
| 22 | Iris en Corn       | 5                   | 2                      | früh            |
| 23 | Wil en Adrie       | 2                   | 3                      | spät            |
| 24 | Fam. Van der Wurf  | 8                   | 4                      | früh            |
| 25 | Tea Sprong         | 6                   | 3                      | keine Präferenz |
| 26 | Sandra en Alex     | 2                   | 4                      | keine Präferenz |
| 27 | Fam Dijkgraaf      | 6                   | 2                      | spät            |
| 28 | Werner v. d. Put   | 2                   | 3                      | früh            |
| 29 | Fam Versteegh      | 7                   | 3                      | spät            |
| 30 | H. Benders         | 8                   | 2                      | früh            |
| 31 | Harrie Spek        | 2                   | 3                      | früh            |
| 32 | Fam Kerkstra       | 3                   | 2                      | spät            |
| 33 | Bettine van Hunnik | 2                   | 2                      | spät            |
| 34 | Marco en Rinie     | 2                   | 3                      | keine Präferenz |
| 35 | Ben en Thea        | 2                   | 3                      | spät            |
| 36 | Lars en Tom        | 4                   | 2                      | früh            |
| 37 | Sanne Postema      | 3                   | 3                      | keine Präferenz |
| 38 | Esme en Marit      | 2                   | 2                      | spät            |
| 39 | Marjolein en Marc  | 2                   | 4                      | früh            |
| 40 | Mark en Gea        | 4                   | 2                      | spät            |
| 41 | Fam Wiggerman      | 5                   | 4                      | früh            |
| 42 | Mevr. De Haan      | 4                   | 2                      | keine Präferenz |
| 43 | Fam. Wijers        | 5                   | 3                      | spät            |
| 44 | J. de Lange        | 4                   | 2                      | früh            |