

# Evakuierung



Aufgabe der Vorrunde für die 20-te Mathematik A-lympiade

21. November 2008



Die A-lympiade in NRW wird durch das Ministerium für Schule und Weiterbildung ausgerichtet mit freundlicher Unterstützung durch



Landesverband Mathematikwettbewerbe NRW e.V.

und



## Hinweise für die Teams

Liebe Schülerinnen und Schüler!

Sie beteiligen sich heute an einem anspruchsvollen und spannenden Wettbewerb, der konzentriertes, gut strukturiertes und teamorientiertes Arbeiten von Ihnen verlangt.

### Die folgenden Hinweise sollten Sie unbedingt beachten:

Die Aufgabe besteht aus drei Einstiegsaufgaben, zwei weiterführenden Aufgaben und einer Abschlussaufgabe.

- Lesen Sie den Aufgabentext gründlich. Klären Sie, worin die eigentliche Aufgabe besteht, und verteilen Sie die Arbeit im Team sinnvoll.
- Für die Bearbeitung der Aufgabe haben Sie 7 Stunden Zeit. Planen Sie genügend Zeit für den Abschlussauftrag ein. Auch das Aufschreiben der Lösung kostet viel Zeit.
- Bevor Sie mit der Arbeit am Abschlussauftrag beginnen, stellen Sie einander ihre Teilergebnisse zu den Voruntersuchungen vor.
- Im Abschlussauftrag geht es ganz entscheidend darum, eine begründete Empfehlung für einen Evakuierungsplan zu erstellen, in der ggf. noch eine Alternative vorgestellt wird.
- Die Antworten zu den Einstiegs- und weiterführenden Aufgaben gehören nicht in die Ausarbeitung des Abschlussauftrages. Diese Resultate werden als Anhang an die Arbeit angefügt. Im Abschlussauftrag kann dann ggf. auf sie verwiesen werden.
- Sie dürfen für die Bearbeitung der Aufgabe Bücher und einen Computer benutzen.

### Dies müssen Sie abgeben:

- Eine klare und ausführliche Beschreibung einer Empfehlung für einen Evakuierungsplan, im Einzelnen belegt durch Berechnungen und Argumentationen.
- Als Anlage: Die Ergebnisse zu den Einstiegsaufgaben und den weiterführenden Aufträgen

Die beurteilenden Lehrerinnen und Lehrer erhalten Kopien Ihrer Arbeit. Damit die Kopien gut lesbar sind, halten Sie Ihre Arbeit bitte durchweg im A4-Format, drucken Sie in schwarzweiß und benutzen Sie nur schwarz schreibende Stifte (keinen Bleistift!). Erstellen Sie im Zweifelsfall eine Probekopie. Um eine größtmögliche Objektivität bei der Korrektur zu unterstützen, erwähnen Sie bitte den Namen Ihrer Schule in Ihrer Arbeit nicht.

Wesentliche Beurteilungskriterien sind:

- Lesbarkeit und Verständlichkeit des Abschlussauftrages
- Vollständigkeit der Arbeit
- sinnvoller, richtiger und geschickter Gebrauch von Mathematik
- schlüssige Argumentationen und sinnvolle Begründungen von getroffenen Entscheidungen (hierbei kann der Realitätsbezug von Bedeutung sein)
- Tiefgang der Arbeit: Wie gründlich wurden die einzelnen Punkte ausgearbeitet?
- Gestaltung der Arbeit: Form, Struktur, Sprache, Gebrauch und Funktion der Anlagen, Einsatz von Diagrammen, Tabellen, Zeichnungen usw.

**Viel Spaß und Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgabe!**



## Mathematik A-lympiade: Vorrunde 2008-2009

### Das TransEuro Gebäude

#### Einleitung



In jedem öffentlichen Gebäude sieht man Schilder, die Fluchtwege für den Katastrophenfall anzeigen. In diesem Auftrag der A-lympiade sollt ihr das TransEuro-Gebäude untersuchen, einen Verwaltungskomplex der Universität von Amherhavn. Das Gebäude wurde 1969 errichtet, ist 62m hoch und hat 22 Stockwerke. Auf jeder Etage arbeiten in nicht besonders geräumigen Büros 60 Personen. Das Gebäude hat natürlich einige Aufzüge aber nur ein einziges Treppenhaus.

Wenn das Gebäude im Katastrophenfall geräumt werden muss, dann müssen alle Beschäftigten über dieses Treppenhaus evakuiert werden. Die Aufzüge können in dieser Situation nicht mehr benutzt werden.

Bei Feueralarmübungen wurden folgende Beobachtungen gemacht:



- In jedem Stockwerk kann in jedem Moment höchstens eine Person durch die Tür in das Treppenhaus gelangen.
- In jedem Stockwerk entsteht ein gleichmäßiger Menschenstrom: In jeder Sekunde gelangt eine Person durch die Tür in das Treppenhaus.
- Eine Person braucht 15 s, um von einem Stockwerk in das darunterliegende Stockwerk zu laufen.
- Die Treppe ist so schmal, dass höchstens zwei Personen nebeneinander laufen können.
- Wer auf der Treppe angekommen ist, läuft unverzüglich bis zum Treppenende im Erdgeschoss weiter.
- Einmal im Erdgeschoss angekommen kann man ungehindert nach draußen gelangen. Es dauert dann noch fünf Sekunden, bis man das Gebäude verlassen hat.

Ihr erhaltet den Auftrag, einen Evakuierungsplan für das TransEuro-Gebäude zu entwerfen. In diesem Plan soll berücksichtigt werden, dass die Aufzüge im Katastrophenfall nicht benutzt werden können.

## Einstiegsaufgabe

Um eine bessere Vorstellung von der Situation zu gewinnen, betrachtet ihr in den folgenden Aufträgen zunächst nur die untersten fünf Stockwerke des TransEuro-Gebäudes.

### Aufgabe 1

Geht von der Situation aus, dass nur im fünften Stockwerk gearbeitet wird. Insgesamt befinden sich dort 60 Personen. Alle anderen Etagen seien leer. Berechnet, wie lange es mindestens dauert, bis alle Personen das Gebäude verlassen haben.

Wenn sich viele Menschen im Gebäude befinden, dann wird die Kapazität des Treppenhauses zu einer bestimmenden Größe (Bezeichnung:  $d$ ). In der folgenden Aufgabe müsst ihr diese Größe noch nicht berücksichtigen.

### Aufgabe 2

Zu allererst braucht ihr ein Konzept, nach dem die Evakuierung ablaufen soll. Stellt die Evakuierung für den Fall dar, dass in *jedem* der fünf Stockwerke 60 Personen anwesend sind und die Kapazität des Treppenhauses nicht beschränkt ist.

Es treten natürlich Engpässe auf, wenn man eine Beschränkung der Kapazität des Treppenhauses in die Überlegungen einbezieht (Bezeichnung  $d$ ).

### Aufgabe 3

Verwendet euer Konzept, das ihr in Aufgabe 2 entwickelt habt, um eine mögliche Evakuierung der fünf Stockwerke bei begrenzter Treppenhauskapazität darzustellen. Es können im Treppenhaus also höchstens zwei Personen nebeneinander herlaufen. Achtet darauf, dass eure Ausführungen einleuchtend begründet sind.

## weiterführende Aufträge

Natürlich soll euer Evakuierungsplan so effizient wie möglich werden. Was aber soll Effizienz eines Evakuierungsplans sein? Um diese zu bestimmen, braucht ihr Kriterien, die durch Größen bestimmt sind, wie z. B. die Gesamtdauer der Evakuierung, die gesamte oder die gemittelte oder eine maximale Wartezeit oder die Anzahl der wartenden Menschen. Es sind weitere Kriterien denkbar, sowohl auf das gesamte Gebäude wie auch auf Stockwerke bezogen.

### Aufgabe 4

Berechnet für euren in Aufgabe 3 konzipierten Evakuierungsplan die oben genannten Größen.

### Aufgabe 5

Lassen sich nun Rückschlüsse für das gesamte TransEuro-Gebäude (alle 22 Stockwerke) bzgl. der Effizienzkriterien ziehen? Könnt ihr beispielsweise die mittlere Wartezeit pro Person und die maximale Zeitdauer, die eine Person warten muss, bestimmen? Begründet eure Antworten.

## **Abschlussauftrag**

Auf der Grundlage der oben genannten Kriterien und der Gewichtung der einzelnen Kriterien werden Evakuierungspläne als mehr oder auch weniger effizient bewertet.

### **Aufgabe 6**

Schreibt eine Empfehlung an die Leitung der Universität von Amherst, in der ihr mindestens einen effizienten Evakuierungsplan für das TransEuro-Gebäude vorstellt. Belegt eure Ergebnisse durch Berechnungen und Argumentationen und begründet alle von euch getroffenen Annahmen.