

COUNT DOWN 2012



Aufgabe der Vorrunde für die 23-te Mathematik A-lympiade

18. November 2011

macht mathe
internationale Mathematikwettbewerbe



Die Mathematikwettbewerbe MACHT MATHE in NRW werden vom Ministerium für Schule und Weiterbildung in Zusammenarbeit mit dem Freudenthal-Institut Utrecht ausgerichtet mit freundlicher Unterstützung durch den Landesverband Mathematikwettbewerbe NRW und die Universität zu Köln.

Hinweise für die Teams

Liebe Schülerinnen und Schüler!

Sie beteiligen sich heute an einem anspruchsvollen und spannenden Wettbewerb, der konzentriertes, gut strukturiertes und teamorientiertes Arbeiten von Ihnen verlangt.

Die folgenden Hinweise sollten Sie unbedingt beachten:

Es liegen drei Einstiegsaufgaben, drei weiterführenden Aufgaben und ein Abschlussauftrag vor.

- Lesen Sie zunächst den vollständigen Aufgabentext, damit Sie wissen, worum es geht.
- Klären Sie, worin die eigentliche Aufgabe besteht, und verteilen Sie die Arbeit im Team sinnvoll.
- Bevor Sie mit der Arbeit an weiteren Aufgaben beginnen, stellen Sie einander ihre Ergebnisse zu den verteilten Aufgaben vor.
- Für die Bearbeitung der Aufgabe haben Sie 7 Stunden Zeit. Planen Sie genügend Zeit für die Abschlussaufgaben ein. Auch das Aufschreiben der Lösung kostet viel Zeit.
- Untersuchungsaufgaben:
Bei einigen Aufgaben finden Sie die Formulierungen untersucht oder erläutert. Geben Sie bei diesen Fragen immer genau an, was Sie untersucht haben, untersuchen Sie eventuell weiterführende Probleme, erläutern Sie ausführlich, begnügen Sie sich nicht nur mit einer reinen Antwort und untersuchen Sie Alternativen. Die Qualität Ihrer Arbeit wird hiernach beurteilt.
Sie dürfen für die Bearbeitung der Aufgabe Bücher und einen Computer benutzen.

Abzugeben ist:

- der vollständig ausgearbeitete Abschlussauftrag,
- als Anlage: Ergebnisse zu den Einstiegs- und weiterführenden Aufgaben

Die beurteilenden Lehrerinnen und Lehrer erhalten Kopien Ihrer Arbeit. Damit die Kopien gut lesbar sind, halten Sie Ihre Arbeit bitte durchweg im A4-Format, drucken Sie in schwarzweiß und benutzen Sie nur schwarz schreibende Stifte (keinen Bleistift!). Erstellen Sie im Zweifelsfall eine Probekopie.

Um eine größtmögliche Objektivität bei der Korrektur zu unterstützen, erwähnen Sie bitte den Namen Ihrer Schule in Ihrer Arbeit nicht.

Wesentliche Beurteilungskriterien sind:

- Lesbarkeit und Verständlichkeit des Abschlussauftrages
- Vollständigkeit der Arbeit
- sinnvoller, richtiger und geschickter Gebrauch von Mathematik
- schlüssige Argumentationen und sinnvolle Begründungen von getroffenen Entscheidungen (hierbei kann der Realitätsbezug von Bedeutung sein)
- Tiefgang der Arbeit: Wie gründlich wurden die einzelnen Punkte ausgearbeitet?
- Gestaltung der Arbeit: Form, Struktur, Sprache, Gebrauch und Funktion der Anlagen, Einsatz von Diagrammen, Tabellen, Zeichnungen usw.

Viel Spaß und Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgabe!



Mathematik A-lympiade: Vorrunde 2011-2012

Count Down 2012

Einleitung

Weil der größte Weihnachtsbaum der Welt in diesem Jahr nicht in Ijsselstein aufgebaut werden kann, hat die Stadt Amberhavn angeboten, die Weihnachtsbeleuchtung am örtlichen Fernsehturm anzubringen. Um dies auch in den kommenden Jahren finanzieren zu können, hat die Stadt unter dem Namen Amberhavn Count 2012 eine Rubbellosaktion gestartet. Rechts ist die Abbildung eines Loses aus dieser Aktion zu sehen. Das Rubellos zeigt 31 Lämpchen, die aufgerubbelt werden können. Ein Rubbellos des Count Down 2012 kostet 5 € . Insgesamt werden zwei Millionen Rubbellose herausgegeben, wobei man davon ausgeht, dass jeder Einwohner Amberhavns ein Los kaufen will.



In der Anlage ist ein Rubbellos in der Originalgröße abgebildet. An jedem Tag im Dezember soll das entsprechende Lämpchen aufgerubbelt werden. Man hat also einen ganzen Monat lang Spannung.

Rubbelt man ein Lämpchen auf, so kommt ein Symbol zum Vorschein. Es gibt neun unterschiedliche Symbole:












Wenn der Dezember zu Ende ist, hat man 31 Lämpchen weggerubbelt und vielleicht einen Preis gewonnen. Oder sogar mehrere Preise!

Wer beispielsweise insgesamt drei Weihnachtsmänner findet, gewinnt 3 € . Die weitere Zuordnung der Preise wird auf der Rückseite des Count Down 2012 Rubbelloses angegeben:

AMBERHAVN COUNT DOWN 2012

Hauptpreise 100 000 € Gewinnwahrscheinlichkeit 1:2

Anzahl der Symbole	Preis
3 x 	€ 3
4 x 	€ 5
5 x 	€ 10
6 x 	€ 20
7 x 	€ 50
8 x 	€ 100
9 x 	€ 200
10 x 	€ 5.000
11 x 	€ 100.000

Auf keinem Los sind mehr Symbole einer Sorte zu finden, als für einen Preis notwendig sind. So gibt es beispielsweise kein Rubbellos mit vier oder mehr Weihnachtsmännern.

Einstiegsaufträge

Aufgabe 1

Gebt ein Beispiel für ein Rubbellos, mit dem man keinen Preis gewinnt und auf dem alle neun Symbole vorkommen.

Aufgabe 2

Setzt voraus, dass außer den genannten keine weiteren Bedingungen für die Count Down 2012 Rubbellose gegeben sind. Untersucht nun die Rubbellose unter den im Folgenden genannten Gesichtspunkten und erläutert in jedem Fall genau euer Vorgehen:

- die maximale Anzahl der Preise, die auf dasselbe Rubbellos entfallen können
- den höchsten Geldgewinn, der auf ein Rubbellos entfallen kann
- einen möglichen Zusammenhang zwischen der Anzahl identischer Symbole, die für einen Gewinn nötig sind und der Höhe des zugehörigen Geldbetrags










Aufgabe 3

Untersucht, ob man erreichen kann, dass von den zwei Millionen Rubbellosen des Count Down 2012 keine zwei von jedem Symbol die gleiche Anzahl enthalten.

weiterführende Aufträge

Aufgabe 4

Nachdem ihr nun über die einführenden Aufgaben das Konzept der Count Down 2012 Rubbellose kennengelernt habt, untersucht ihr nun Rubbellose, auf denen bereits Felder freigelegt wurden. In der folgenden Abbildung ist der Stand eines Rubbelloses am 28. Dezember verdeutlicht:

Anzahl der Symbole	Kreuze hier die gefundenen Symbole an	Preis
3 x 	X	€ 3
4 x 	X X X	€ 5
5 x 	X X X X	€ 10
6 x 	X	€ 20
7 x 		€ 50
8 x 		€ 100
9 x 	X X X X X X	€ 200
10 x 	X X X	€ 5.000
11 x 	X X X X X X X X X X	€ 100.000

Fast hunderttausend Euro gewonnen und noch drei Tage lang werden neue Felder frei gerubbelt!

Der Besitzer des Rubbelloses sagt sich: „Jeden Tag habe ich eine Chance von einem Neuntel, dass ich einen weiteren Stern finde. Da ich noch drei Tagen lang jedesmal diese Chance habe, ist die Wahrscheinlichkeit, 100000 € zu gewinnen, sehr hoch!“

Schreibt eine Stellungnahme zu dieser Behauptung (mit klaren Argumenten und Berechnungen).

Aufgabe 5





































Es ist schön, wenn die Spannung möglichst lang erhalten bleibt und man bis zum Schluss darauf hoffen darf, einen (hohen) Preis zu gewinnen. Diese Aspekte wurden beim Entwurf der Count Down 2012 Rubbellose berücksichtigt.

Beschreibt, wie dies konkret umgesetzt werden kann, und benennt weitere Kriterien, die eine attraktive Count Down 2012 Rubbellosaktion erfüllen sollte.

Aufgabe 6

Geht davon aus, dass alle zwei Millionen Rubbellose zu je 5 € verkauft worden sind. Auf die Hälfte der Lose entfällt ein Preis.

- Etwa 60% der Einnahmen dieser Rubbellosaktion Count Down 2012 werden als Preisgeld wieder herausgegeben.
- Folgende Preiskombinationen kommen auf den Losen vor:

mögliche Preiskombinationen auf einem Rubbellos
3x 
4x 
3x  4x 
5x 
4x  5x 
3x  4x  5x 
6x 
5x  6x 
4x  5x  6x 
3x  4x  5x  6x 
7x 
6x  7x 
5x  6x  7x 
4x  5x  6x  7x 
8x 
7x  8x 
9x 
10x 
11x 

Gebt unter diesen beiden Bedingungen auf übersichtliche Weise eine Möglichkeit an, wie viele Exemplare von jedem Rubbellos, auf das ein Preis entfällt, in der Count Down 2012 Rubbellosaktion vorkommen. Erläutert, wie ihr auf die Verteilung gekommen seid und welche Kriterien dabei eine Rolle gespielt haben.

Abschlussauftrag

Durch die Amberhavn Count Down 2012 Aktion inspiriert, findet die Aufgabenkommission der Alympiade es eine tolle Idee, eine Alympiade Wochenlotterie ins Leben zu rufen. Die Rubbellose sollen in der Vorbereitungswoche vor dem Finalwochenende der Alympiade verkauft werden. Geht von insgesamt 100 Losen aus.

Eure Aufgabe ist es, eine attraktive Alympiade Wochenlotterie zu konzipieren (die übrigens am besten einen anderen Namen erhalten sollte). Hierbei sollt ihr eure Überlegungen aus den vorangegangenen Aufgaben über die Count Down 2012 Aktion verwerten. Erläutert auf jeden Fall Kriterien für eine attraktive Lotterie, erklärt, auf welche Weise die Lose entworfen werden, wie viele verschiedene Lose es gibt, ein Preisschema

Begründet alle Entscheidungen, die ihr in eurer Konzeption getroffen habt und leitet alle Zahlenwerte, die eine Rolle spielen, durch Berechnungen her.

