

Nicht nur Kraut und Rüben



**Aufgabe der Vorrunde
der 33. Mathematik Olympiade
19. November 2021**

macht mathe
internationale Mathematikwettbewerbe

Impressum

Die Mathematik-Alympiade wird vom Freudenthal Institut, Universität Utrecht, ausgerichtet.

Die Kommission der Alympiade ist für die Organisation des Wettbewerbs und die Erstellung der Aufgaben verantwortlich.

Die **Mitglieder der Kommission** sind:

Marcel Daems

Gymnasium Sorghvliet, Den Haag

Eric van Dijk

Lorentz Casimir Lyceum, Eindhoven

Tom Goris

Fontys Lerarenopleiding, Tilburg

Dédé de Haan

Freudenthal Instituut, Utrecht & NHL Hogeschool, Leeuwarden

Senta Haas

Städtisches Gymnasium Hennef, Deutschland

Kim Kaspers

Murmellius Gymnasium, Alkmaar

Johan van de Leur

Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht

Matthias Lippert

Bezirksregierung Köln, Deutschland

Ruud Stolwijk

CITO, Arnhem & Vrijeschool Zutphen VO

Monica Wijers

Freudenthal Instituut, Utrecht

Sekretariat:

Mariozee Wintermans

Freudenthal Instituut, Utrecht

Die Alympiade wird **unterstützt** durch:

- das Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen
- den Landesverband Mathematikwettbewerbe in Nordrhein-Westfalen
- die Universitäten zu Bonn und zu Münster

Hinweise für die Teams zu den Aufgaben der Vorrunde 2021/2022

Liebe Schülerinnen und Schüler,

ihr beteiligt euch heute an einem anspruchsvollen und spannenden Wettbewerb, der konzentriertes, gut strukturiertes und teamorientiertes Arbeiten von euch verlangt. Diese Aufgabe der Mathematik-Alympiade besteht aus vier (Einstiegs-)Aufgaben und einer Hauptaufgabe. **Die (Einstiegs-)Aufgaben bilden die Vorarbeit für die Hauptaufgabe:** Die hierbei erzielten Ergebnisse und Einsichten sind erforderlich, um die Hauptaufgabe erfolgreich bearbeiten zu können.

Die folgenden Hinweise solltet ihr unbedingt beachten:

- Zu dieser Aufgabe gehört eine Anlage (Excel-Datei).
- Lest zunächst den ganzen Aufgabentext gründlich durch, so dass ihr einen Überblick über die zu bearbeitenden Aufgaben bekommt.
- Für die Bearbeitung der Aufgaben habt ihr 7 Stunden Zeit. **Plant unbedingt genügend Zeit (ca. 3 Stunden) für die Hauptaufgabe ein.** Auch das Ausformulieren und Aufschreiben der Lösungen kostet viel Zeit.
- Wenn ihr arbeitsteilig arbeitet, dann stellt einander eure Teilergebnisse zu den Voruntersuchungen vor, bevor ihr mit der Hauptaufgabe beginnt.
- Gebt immer an, wenn ihr bestimmte Annahmen macht und begründet diese sinnvoll.
- Wenn ihr während der Bearbeitung der Aufgaben bestimmte Methoden oder Vorgehensweisen aus vorherigen Aufgaben abändert, beschreibt dann in eurer Ausarbeitung diese Anpassungen und begründet diese auch.
- Bei der Bearbeitung der Aufgaben kann das Internet hilfreich sein. Notiert verwendete Quellen in euren Aufzeichnungen.

Was ihr abgeben müsst:

- die Ausarbeitung der **Hauptaufgabe**
- **als Anlage** die Ausarbeitungen zu den (Einstiegs-)Aufgaben 1 bis 4

Die beurteilenden Lehrerinnen und Lehrer erhalten eure Arbeit in digitaler Form als pdf-Dokument. Achtet bitte insbesondere darauf, die Arbeit als ein Gesamtdokument (bitte nicht in mehrere Dateien aufgeteilt) abzugeben. Um eine größtmögliche Objektivität bei der Korrektur zu gewährleisten, erwähnt bitte eure Namen und den Namen der Schule nicht in eurer Arbeit.

Wesentliche Beurteilungskriterien sind:

- Lesbarkeit und Verständlichkeit der Ausarbeitungen zur Hauptaufgabe
- Vollständigkeit der Arbeit
- kreativer, sinnvoller, richtiger und geschickter Einsatz von Mathematik
- schlüssige Argumentationen und sinnvolle Begründungen von getroffenen Entscheidungen (Hierbei kann Realitätsbezug von Bedeutung sein.)
- Tiefgang der Arbeit: Wie gründlich wurden die einzelnen Punkte ausgearbeitet?
- Gestaltung der Arbeit: Form, Struktur, Sprache, Gebrauch und Funktion der Anlagen, Einsatz von Diagrammen, Tabellen, Zeichnungen, usw.

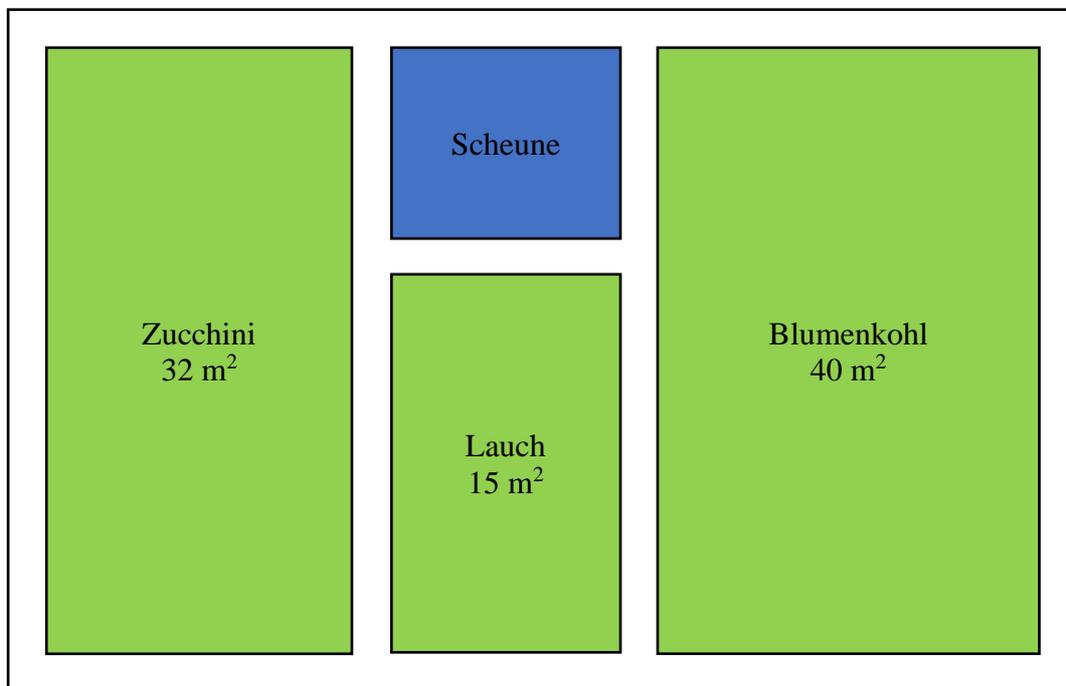
Viel Spaß und Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgabe!

Der Kleingärtnerverein Amberhavn (KVA)

Der KVA ist ein florierender Kleingärtnerverein in der Stadt Amberhavn. Vor etwa fünf Jahren hat Peter dort einen Gemüsegarten übernommen und züchtet mit viel Freude verschiedene Gemüsesorten: Blumenkohl, Zucchini und Lauch. Die Ernte der vergangenen Jahre ist so ergiebig, dass er selbst ausreichend Gemüse essen und sogar noch einiges an Freunde verschenken kann.

Nach den ersten fünf Jahren blickt Peter daher auch sehr zufrieden auf seine Ernte zurück. Er beschließt nun, sich in die Kunst des Gemüseanbaus weiter zu vertiefen. In der Fachliteratur liest er unter anderem, dass es besser ist, nicht zwei Jahre hintereinander dasselbe Gemüse auf demselben Stück Grund anzubauen. Man spricht hierbei von "Fruchtfolge". Außerdem hat er festgestellt, dass sein Ertrag deutliche Schwankungen aufweist, was nicht nur an seiner Unerfahrenheit auf dem Gebiet der Gemüsezucht liegt, sondern z.B. auch am Wetter.

Derzeit sieht die Einteilung von Peters Kleingarten folgendermaßen aus:



In der Anlage befindet sich eine Tabelle mit dem jährlichen mittleren Ertrag in Kilogramm pro Hektar der Gemüsesorten, die in Amberhavn in den letzten Jahren angebaut wurden. Hier siehst du einen Auszug aus der Tabelle für Zucchini, Lauch und Blumenkohl für die vergangenen fünf Jahre:

Jahr	2016	2017	2018	2019	2020
Ertrag	kg/ha	kg/ha	kg/ha	kg/ha	kg/ha
Zucchini	66500	70100	41900	40500	39300
Lauch	35300	38200	34700	36300	35400
Blumenkohl	19000	19300	17600	17900	18500

Tabelle 1

Einstiegsaufgabe 1

Ermittelt, wie viel Kilogramm Gemüse Peter auf Grundlage der in Tabelle 1 enthaltenen Informationen (ungefähr) in den Jahren 2016 bis 2020 geerntet haben müsste.

Einstiegsaufgabe 2

Peter möchte beim Anbau seines Gartens das Prinzip der Fruchtfolge einhalten. Gleichzeitig möchte er eine möglichst große Gemüsemenge ernten. Er schätzt mit Hilfe der Werte aus Tabelle 1 ab, wie groß seine Ernte der letzten fünf Jahre dann hätte ausfallen können.

Er geht hierbei davon aus, dass die Einteilung seines Gartens über die Jahre hinweg gleich geblieben ist und jeweils nur Zucchini, Lauch und Blumenkohl angebaut wird, aber niemals zwei Jahre hintereinander dasselbe Gemüse in derselben Parzelle.

Erläutert, wie seine Überlegungen in Bezug auf die Verteilung der Gemüsesorten und den Zuwachs an Ernte aussehen könnten. Berechnet mit den Angaben aus Tabelle 1, wieviel Kilogramm Gemüse Peter unter diesen Annahmen in den Jahren 2016 bis 2020 bestenfalls hätte ernten können.

Bei seinem Studium der Fachliteratur für Kleingärtner stößt Peter auf einen Aussaat- und Erntekalender. Hier lernt er z.B. Folgendes: Wenn die Zucchini geerntet ist, kann er auf der Parzelle noch anderes Gemüse anpflanzen. Ihm fällt auf, dass manche Gemüsesorten früh, andere später im Jahr und manche sogar mehrmals geerntet werden können. Einige Gemüsesorten können schon schnell nach dem Pflanzen geerntet werden, andere brauchen viel mehr Zeit zum Wachsen und Reifen.

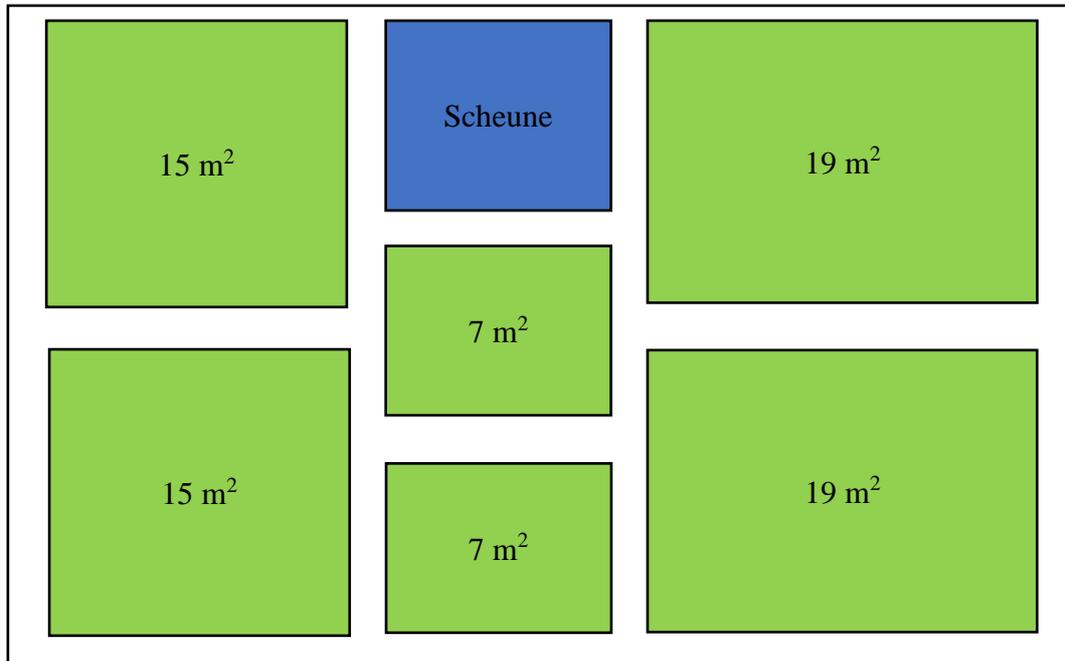
In der Anlage findet ihr auf dem 2. Tabellenblatt einen Auszug aus einem solchen Aussaatkalender. Hier kann man für einige Gemüsesorten sehen, in welcher Periode diese angepflanzt und geerntet werden können. Da viele Sorten nicht direkt nach der Reife geerntet werden müssen, sondern noch eine Zeit lang im Boden bleiben können, ist für jedes Gemüse ein Ernteintervall angegeben.

Nachdem Peter diese Tabelle studiert hat, beschließt er, weitere Gemüsesorten anzubauen. Dafür teilt er seinen Kleingarten neu auf, so dass er mehr Parzellen erhält (s. Abbildung auf der nächsten Seite). Er möchte seinen Garten so gestalten, dass so viel Gemüse wie möglich das ganze Jahr über in jeder Parzelle wächst.

Aufgabe 3

Erstellt mit Hilfe des Aussaatkalenders aus der Anlage einen Jahresplan für Peter. In diesem Plan soll ersichtlich werden, wann Peter im Laufe des Jahres welches Gemüse anpflanzt und erntet. Dabei soll pro Parzelle nur eine Gemüsesorte gleichzeitig angepflanzt werden

Ziel ist dabei, dass Peter möglichst viele verschiedene Sorten Gemüse anbaut.



Peter vertieft sich weiter in die Fachliteratur und insbesondere in das Thema Fruchtfolge. Er hatte bereits gelernt, dass man nach Möglichkeit nicht zweimal hintereinander dasselbe Gemüse auf einem Stück Grund anbauen soll. Jetzt liest er aber außerdem, dass bestimmte *Gemüsegruppen* (entsprechend der 2. Zeile im Aussaatkalender) idealerweise nicht zweimal hintereinander auf derselben Parzelle angepflanzt werden sollen. So sollte man z.B. nicht zweimal hintereinander Hülsenfrüchte auf demselben Acker anbauen, sondern im zweiten Jahr z.B. zu Kohl oder zu Fruchtgemüse wechseln.

Aufgabe 4

Peter setzt den Jahresplan aus Aufgabe 3 um. Im Folgejahr möchte er ein möglichst großes Gesamtgewicht an Ernte einbringen und nutzt dabei seine neuen Informationen.

Erstellt unter Verwendung eures Jahresplans aus Aufgabe 3 einen hierzu passenden Jahresplan für das nächste Jahr. Gebt das Gesamtgewicht der Ernte im Folgejahr an und begründet, warum es durch eure Planung maximal wird.

Wenn ihr dabei feststellt, dass ihr zur Optimierung des Ertrags im Folgejahr euren Jahresplan aus Aufgabe 3 anpassen wollt, so beschreibt diese Anpassungen und begründet diese.

Peter genießt die Beschäftigung in seinem Kleingarten sehr und möchte diese gerne mit einem guten Zweck verbinden. Darum beschließt er mit zwei Freunden des Kleingärtnervereins (deren Gärten jeweils genauso groß sind wie der von Peter) Gemüseboxen für die Amberhavner Tafel, einer gemeinnützigen Organisation, die Lebensmittel an Bedürftige verteilt, zusammenzustellen. Aus Gesprächen mit Verantwortlichen der Tafel ergeben sich folgende Bedingungen, die eine solche Gemüsebox erfüllen sollte:

- Gesamtgewicht: 4 kg
- davon 1 kg Kartoffeln
- mindestens 3 der 5 verschiedenen Gemüsegruppen (Blattgemüse, Hülsenfrüchte, Wurzelgemüse, Kohl und Fruchtgemüse) müssen enthalten sein
- mindestens 500 g Gemüse pro Sorte

Natürlich möchte Peter mit seinen Freunden möglichst viele frische und abwechslungsreiche Gemüseboxen zusammenstellen. Außerdem möchten sie das ganze Jahr über ausliefern. Dafür ist es hilfreich zu wissen, dass manches Gemüse nach der Ernte noch eine Zeit lang haltbar bleibt. Im Aussaatkalender findet ihr in Zeile 3 die maximale Haltbarkeit derjenigen Gemüsesorten, die länger als ein paar Tage aufbewahrt werden können.

Hauptaufgabe

Untersucht, wie Peter und seine Freunde dieses Ziel erreichen können. Erstellt hierfür einen Anbauplan für die 3 Grundstücke sowie einen Ernteplan für das gesamte Jahr. Dabei dürft ihr bei jedem Grundstück die Aufteilung in Parzellen verändern.

Erstellt einen Jahresplan für die Boxenlieferung. Begründet diesen Plan mithilfe geeigneter Abschätzungen und Berechnungen auf der Grundlage eures Ernteplans. Erläutert insbesondere, warum euer Ergebnis im Rahmen der gegebenen Möglichkeiten optimal ist.

Abzugeben sind also:

- Anbaupläne für die 3 Grundstücke
- Ernteplan für das gesamte Jahr
- Jahresplan für die Boxenlieferung
- Nachweis aller Angaben in den Plänen durch Abschätzungen und Berechnungen
- Erläuterung, warum eure Pläne zur optimalen Boxenlieferung führen
- als Anlage: Ausarbeitungen zu den Aufgaben 1-4