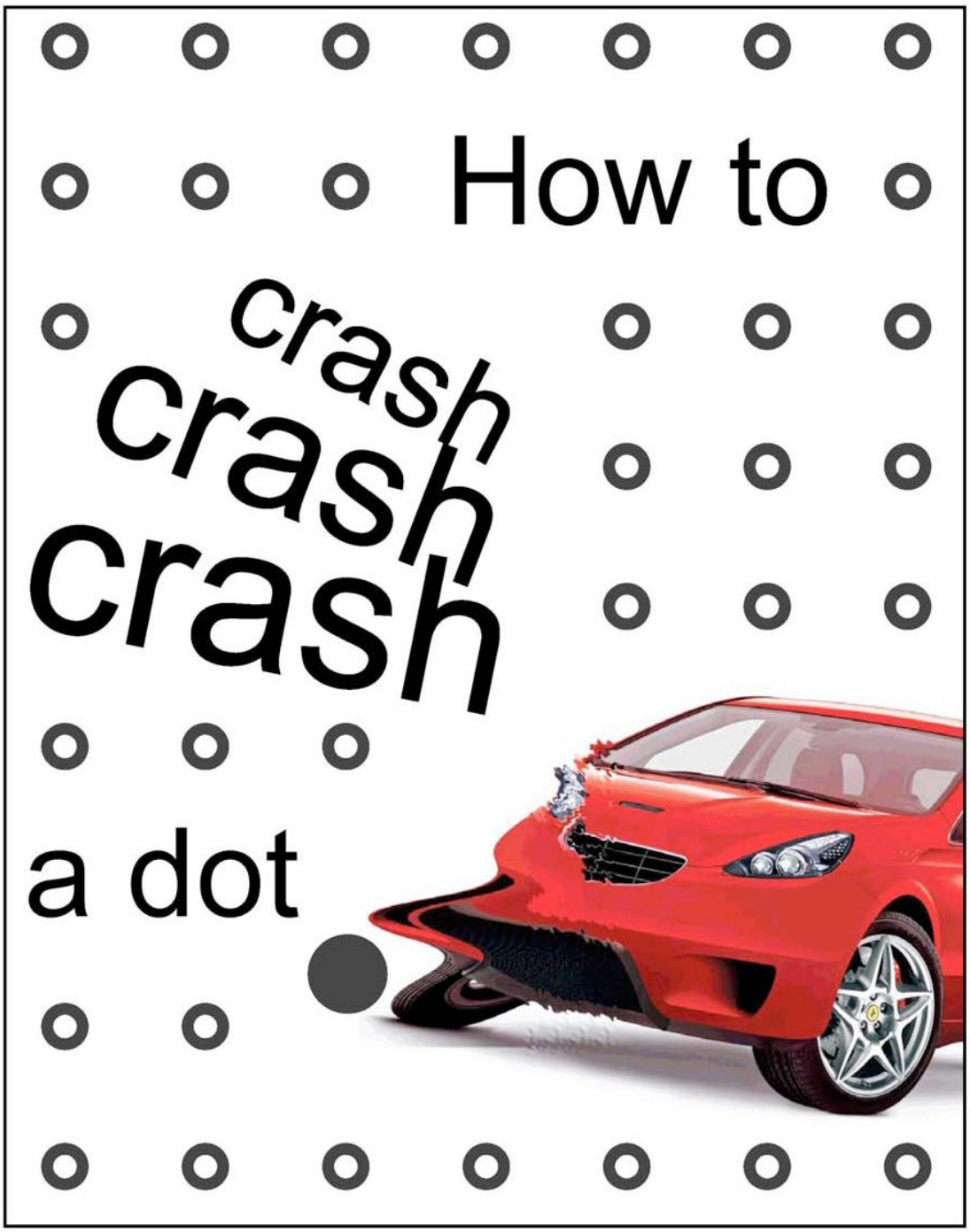
macht mathe

internationale Mathematikwettbewerbe

B-TAG 2009

Freitag, 20. November



Die Wettbewerbe MACHT MATHE werden vom Ministerium für Schule und Weiterbildung in Zusammenarbeit mit dem Freudenthal-Institut Utrecht mit freundlicher Unterstützung des Landesverbandes Mathematikwettbewerbe NRW und der Universität zu Köln ausgerichtet.

Vorab

Am heutigen B-Tag untersucht ihr das Spiel *Turnracer*. Dieses Spiel wurde in den 70er Jahren des letzten Jahrhunderts erfunden; es war eines der ersten Computerspiele. Das Spiel ist im Prinzip ganz einfach, da Computer damals noch nicht viel konnten. Ihr braucht also im Internet nicht nach diesem Spiel suchen, denn auf den meisten Computern läuft das Spiel nicht mehr und für euren Lösungsweg der Aufgabe, wie sie hier formuliert ist, habt ihr davon keinen Vorteil!

Die Einteilung der Aufgaben
Die Aufgabe des heutigen B-Tages ist folgendermaßen unterteilt:

Teil 1: Einstieg
Hier werden Spielregeln formuliert, wie ihr einen Punkt entlang des Punktefahrplans bewegen könnt. Ihrseid aufgefordert, die Regeln in Beispielen anzuwenden. Dies ist sehr wichtig, damit ihr ein Bild von den Aufgaben bekommt, die im Verlauf hier gestellt werden. Eure Ergebnisse zu diesen Einstiegsfragen nehmt ihr aber nicht in euren Bericht auf.

Teil 2: Rennen entlang einer horizontalen Linie
Ihr erforscht zunächst Bewegungen in einer Dimension. Wie könnt ihr die Regeln verwenden, damit der Punkt sich nach euren Vorstellungen bewegt? Die Ergebnisse aus diesem Teil könnt ihr in euren Bericht sicherlich sinnvoll aufnehmen.

Teil 3: Rennen in zwei Dimensionen
In diesem Teil werden die Bewegungen sowohl in horizontaler, als auch vertikaler Richtung betrachtet. Dabei könnt ihr die Ergebnisse aus dem zweiten Teil nutzen. Auch die Ergebnisse aus diesem Teil sollten in euren Bericht mit aufgenommen werden.

Teil 4: Die Abschlussaufgaben
In diesem Teil werden drei verschiedene Abschlussaufgaben gestellt. Ihr müsst selbst entscheiden ob ihr

- alle drei Aufgaben bearbeiten und damit das Risiko eingehen wollt, zu oberflächlich darüber zu berichten oder
- eine vernünftige Wahl treffen und über den gewählten Schwerpunkt ausführlich und sorgfältig berichten wollt.

Tageseinteilung
Es ist vernünftig, sich als Team die Zeit zu nehmen, um die Spielregeln (Teil 1) gut zu verinnerlichen. Die Teile 2 und 3 sollen euch helfen, die mathematischen Aspekte des Spiels gut zu erfassen. Das Verteilen von Teilaufgaben innerhalb des Teams kann dabei günstig sein, der Austausch im Team über die gefundenen Ergebnisse muss dann allerdings auch stattfinden. Die Herausforderung besteht darin, zu einer oder mehreren Abschlussaufgaben (Teil 4) einen guten, durch mathematische Argumente sicher untermauerten Weg zu finden, der eurer Meinung nach der Beste ist. Sorgt deshalb dafür, dass für die Abschlussaufgaben genügend Zeit bleibt.

Wir geben daher die folgenden Empfehlungen:

- Nehme euch eine Stunde (bzw. auf jeden Fall genug) Zeit, um Teil 1 gründlich durchzuarbeiten und miteinander zu besprechen.

- Nutzt die Zeit zwischen 9 und 11 Uhr um die Teile 2 und 3 zu bearbeiten und durchzusprechen.
- Bearbeitet Teil 4 und entscheidet, welche Teilaufgabe bzw. welche Teilaufgaben in euren Bericht mit aufgenommen werden.
- Beachtet, dass der Bericht um 15 Uhr eingereicht werden muss und teilt daher eure Zeit zum Nachdenken und die anschließende Ausarbeitungszeit gut ein!

Hilfsmittel bei dieser Aufgabe
Ihr braucht bestimmt viel kariertes Papier. Besonders zum Einstieg ist es hilfreich, viele Zeichnungen anzufertigen, um das Spiel gut zu verstehen.
Einen (graphischen) Taschenrechner benötigt ihr nicht.
Ab Teil 3 könnt ihr eine Excel-Datei verwenden, mit der ihr ganz einfach Wege, die ihr in „Schaltersprache“ eingebt, zeichnen lassen könnt. Ihr dürft die Datei verwenden, es ist allerdings keine Pflicht!
In einer gesonderten Anlage wird die Bearbeitung der Excel-Datei erklärt.

Das Endprodukt
Euer abschließender Bericht muss für jemanden, der zuvor nicht weiß, worum es in dieser Aufgabe geht, gut zu lesen sein. Ihr müsst also klar erläutern, worum es geht, insbesondere die Spielregeln und eure Untersuchungen hierzu. Natürlich dürft ihr in dem Bericht die Aufgaben der Reihe nach bearbeiten. Euer Bericht kann aber ebenso gut von der Abschlussaufgabe bzw. den Abschlussaufgaben, die ihr in Teil 4 gewählt habt, ausgehen. In eurer Ausarbeitung werden dann eure Untersuchungen aus den Teilen 1, 2 und 3 verarbeitet.

Weitere Hinweise:
- **Liefert einen gut kopierbaren Bericht ab. Für handgeschriebene Abschnitte verwendet schwarze Tinte, da dies besser zu kopieren ist als andere Farben.**
- **Achte darauf, dass der Bericht gut lesbar ist, ohne dass der Leser die Aufgabe zur Hand hat.**

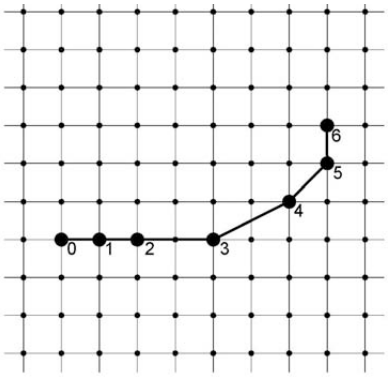
Abschließend…
Wir hoffen, dass ihr als Team bei der Bearbeitung dieser Aufgabe Spaß haben werdet. Die Aufgabenkommission wünscht daher

Viel Spaß und Erfolg!

Teil 1: Einstieg

In diesem ersten Teil übt ihr vor allem die Regeln des Spiels ein. Da das Spiel in Spielzügen gespielt wird, seid ihr nun am Zug.

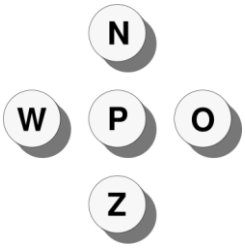
Turnracer kann man alleine spielen (wenngleich es auch schön ist, gegen jemand anderen zu spielen). Das Spielfeld besteht aus einem Gitter aus horizontalen und vertikalen Linien.
Ihr befindet euch irgendwo auf diesem Spielfeld (gekennzeichnet durch einen dicken Punkt) auf einem Schnittpunkt von Gitterlinien, also auf einem Gitterpunkt. Im Verlauf des Spiels bewegt der markierte dicke Punkt sich in einer Anzahl von Spielzügen über das Spielfeld. Das kann zum Beispiel folgendermaßen ablaufen:



Die Zahlen in der Figur stehen für die Positionen, die der Punkt nacheinander erreicht. Die Positionen sind an die Spielzüge gebunden. Ihr beginnt in der Position 0, dem Startpunkt. Nach dem ersten Spielzug befindet sich der Punkt in Position 1, nach dem zweiten Spielzug in Position 2, usw.

Wie kann man nun den Weg festlegen, den der Punkt zurücklegen soll?

Hierzu stehen euch 5 Tasten zur Verfügung (siehe nebenstehende Abbildung). In jedem Spielzug drückt ihr auf eine der 5 Tasten. Mit dem Drücken einer Taste bestimmt ihr die Geschwindigkeit des Punktes während des Spielzugs und sowie die Richtung in die der Punkt sich längs einer Teilstrecke bewegt (O=Osten, W=Westen, Z=Süden, N=Norden). Wenn ihr die Geschwindigkeit bei einem Spielzug nicht verändern möchtet, dann drückt ihr auf die Taste P.



Den Weg in der oben stehenden Abbildung könnt ihr demnach auf folgende Weise erhalten:

Beim **Start** steht der Punkt still auf Position 0.

Spielzug 1: Drückt O. Der Punkt bewegt sich nun mit der Geschwindigkeit von einem Kästchen pro Spielzug nach rechts. Nach dem Spielzug 1 ist der Punkt also ein Kästchen nach rechts geschoben und befindet sich in Position 1.

Spielzug 2: Drückt P. Die Geschwindigkeit verändert sich dann nicht. Die Geschwindigkeit bleibt ein Kästchen pro Spielzug nach rechts. Nach Spielzug 2 ist der Punkt also wieder ein Kästchen nach rechts geschoben und befindet sich Position 2.

Spielzug 3: Drückt O. Die Geschwindigkeit erhöht sich nun um ein Kästchen in östlicher Richtung. Der Punkt bewegt sich nun also zwei Kästchen pro Spielzug nach rechts. Nach Spielzug 3 ist der Punkt also 2 Kästchen weiter in Position 3 angekommen.

Spielzug 4: Drückt N. Bei der Geschwindigkeit erhöht sich nun auch um eine Komponente nach oben: 2 Kästchen pro Spielzug nach rechts **und** ein Kästchen pro Spielzug nach oben. Der Punkt bewegt sich also schräg nach oben und gelangt in Position 4.

Spielzug 5: Drückt W. Der Punkt bewegt sich nun pro Spielzug mit der Geschwindigkeit von einem Kästchen nach rechts und einem Kästchen nach oben und erreicht Position 5.

Einstieg 1

- **a.** Auf welche Taste wurde im Spielzug 6 gedrückt?
- **b.** Auf welche Taste muss man drücken, damit der Punkt in Spielzug 7 stehenbleibt?
- **c.** Hättet ihr den Punkt auch schon im Spielzug 5 anhalten können?

Es ist günstig, eine Folge von Spielzügen in „Tastensprache“ zu beschreiben. So bedeutet zum Beispiel die Tastenfolge

NNWZZPPZ

„Drückt beim ersten Spielzug N, beim zweiten Spielzug N, beim dritten drückt W,…“

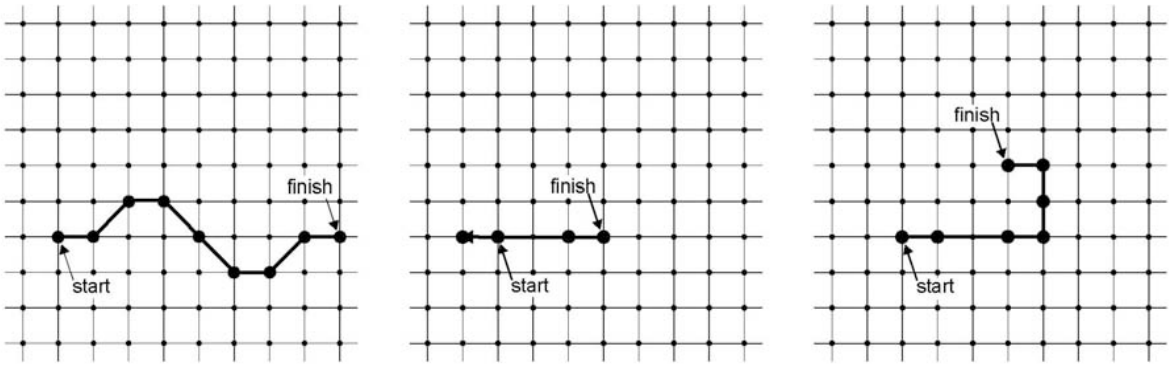
Wir legen fest, dass das Spiel **immer mit Stillstand beginnt**.

Einstieg 2

- **a.** Zeichnet den Weg, der zur folgenden Tastenfolge gehört: NNWZZPPZ.
- **b.** Beschreibt eine Tastenfolge, mit der ihr den Punkt auf die Position, die vom Startpunkt aus gesehen 4 Kästchen nach links und drei nach oben liegt, bewegt. Der Punkt braucht dort nicht stillzustehen, aber er muss genau in dieser Position ankommen.

Einstieg 3

Welche Tastenfolge führt zu den folgenden Wegen, die der Punkt zurücklegt? Achtung: Manchmal bleibt der Punkt für mehrere Spielzüge auf derselben Position.



Einstieg 4

Warum kann ein rechter Winkel im zurückgelegten Weg nur entstehen, wenn der Punkt dort für einen Zug lang stillsteht?

Das Ziel von *Turnracer* ist, so schnell wie möglich vom Startpunkt zu einem vorgegebenen Zielpunkt zu kommen. „So schnell wie möglich“ bedeutet „in so wenig Spiezügen wie möglich“, also mit so wenigen Tasteneingaben wie möglich.
Der letzte Spielzug muss genau im Zielpunkt enden. Welche Geschwindigkeit der Punkt dann hat, ist nicht wichtig.

Einstieg 5

Der Zielpunkt liegt 4 Kästchen rechts vom Startpunkt.

- **a.** Warum erreicht man den Zielpunkt nicht in zwei Spielzügen?
- **b.** Wie kann man ihn in 3 Spielzügen erreichen?
- **c.** Sucht alle Möglichkeiten, mit 3 oder 4 Spielzügen 4 Kästchen nach rechts zu gehen. Gebt zu jeder dieser Möglichkeiten auch die Endgeschwindigkeit an.

Teil 2: Rennen entlang einer horizontalen Linie

Eine wichtige Frage ist: Wie kann man in möglichst wenigen Spielzügen eine bestimmte Position erreichen? Zunächst setzen wir uns nur mit den horizontalen Bewegungen auseinander. Die Tasten N und Z sind dafür also nicht nötig.

Aufgabe 1

a. Vergleicht die folgenden Tastenfolgen (jeweils fünfmal O und einmal P, die letzte Folge nur mit O)

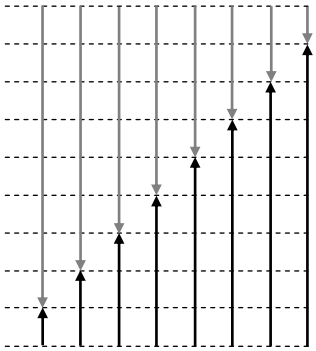
OOOOOP
OOOOPO
OOOPOO
OOPOOO
OPOOOO
POOOOO
OOOOO

Mit welcher Tastenfolge kommt man am weitesten?

Ihr seht, dass der Moment in dem die Taste P benutzt wird, für das Erreichen verschiedener Positionen entscheidend ist.

b. Beweist, dass man Punkte in jedem beliebigen ganzzahligen Abstand (also 1, 2, 3, … Kästchen) rechts vom Startpunkt (also in östlicher Richtung) erreichen kann, indem man nur O und höchstens einmal P drückt. Die Anzahl der nötigen Spielzüge hierfür sollt ihr selbst herausfinden.

Aufgabe 2



a. Man drückt, vom Stillstand aus, 8 Spielzüge lang nur auf O. Beweist, dass die dann erreichte Position folgendermaßen berechnet werden kann: $\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot (8+1)$.

Hinweis: Die nebenstehende Abbildung veranschaulicht die aufeinanderfolgenden Abstände, die in den Spielzügen zurückgelegt werden, durch schwarze Pfeile. Um 180° gedreht sind die Pfeile noch einmal grau eingezeichnet. Wie könnt ihr damit die Summe der Längen der schwarzen Pfeile berechnen?

b. Wiederum vom Stillstand aus drückt man n Spielzüge lang nur auf O. Beweist, dass die Position, die man dann erreicht, durch $\frac{1}{2} \cdot n \cdot (n+1)$ berechnet werden kann.

Aufgabe 3

a. Betrachtet noch einmal die Folgen von sechs Spielzügen, mit denen Aufgabe 1 begonnen hat. Welche Endgeschwindigkeit wird in den behandelten Fällen erreicht?

b. Formuliert eine allgemeine Aussage über die Endgeschwindigkeit nach einer Folge von Spielzügen, in der man nur die Tasten O und P drückt.

Aufgabe 4

Vom Stillstand aus drückt man n Spielzüge lang nur die Tasten W und O. Welche Positionen kann man nach den n Spielzügen erreicht haben?

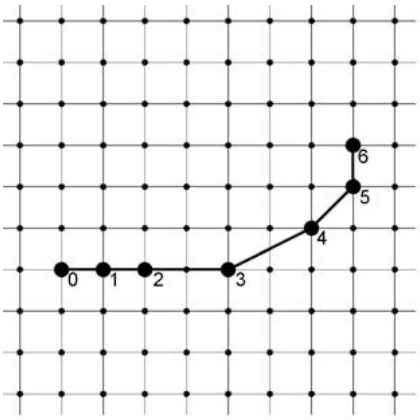
In der folgenden Aufgabe wird eine zusätzliche Forderung gestellt: Man muss nicht nur in einer gegebenen Position ankommen, sondern auch dort zum Stillstand kommen.

Aufgabe 5

Beschreibt für eine gegebene positive ganze Zahl x eine Möglichkeit, in so wenigen Spielzügen wie möglich **genau** x Kästchen nach rechts zu gehen. Dabei müsst ihr die Endgeschwindigkeit Null erreichen. Ihr dürft die Tasten O, P und W verwenden.

Teil 3: Rennen in zwei Dimensionen

Wir beschäftigen uns nun wieder mit dem ganzen Feld: Die Tasten N und Z werden also wieder benutzt. Es ist praktisch, x- und y- Koordinaten für die Punkte im Feld zu benutzen. Der Startpunkt ist (0;0). Hier seht ihr noch einmal den in Teil 1 beschriebenen Weg:



Dieser Weg mit dem Startpunkt (0;0) kann wie folgt in einer Tabelle wiedergegeben werden:

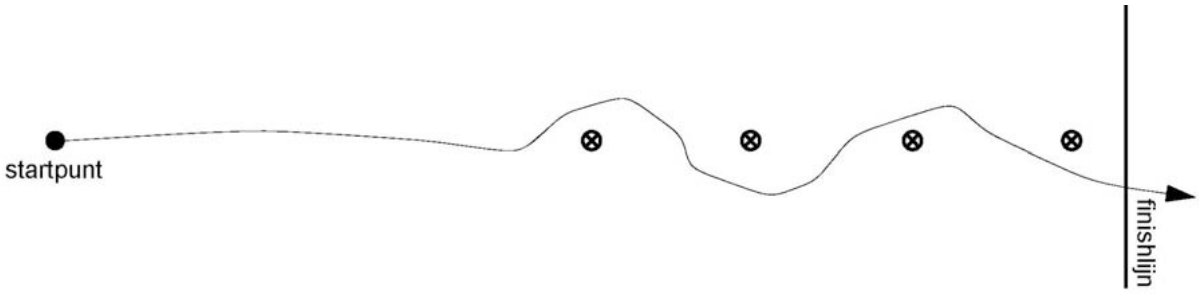
Zug	Aktion	Geschwindigkeit im Zug	Position nach dem Zug
1	O	(1,0)	(1,0)
2	P	(1,0)	(2,0)
3	O	(2,0)	(4,0)
4	N	(2,1)	(6,1)
5	W	(1,1)	(7,2)
6	W	(0,1)	(7,3)

Im vierten Spielzug - der Punkt befindet sich zunächst in Position (4;0) – wird die Aktion „drücke auf N“ durchgeführt. Dadurch wird die Geschwindigkeit auf zwei Schritte nach rechts und 1 Schritt nach oben gesetzt, wiedergegeben als (2;1), und damit endet Spielzug 4 in Position (6;1).

Es ist auch eine Excel-Datei verfügbar, mit der ihr schnell Wege zeichnen lassen könnt. Das kann hilfreich sein. Selbstverständlich müsst ihr die Datei nicht verwenden. In der Anlage findet ihr eine kurze Beschreibung zur Verwendung dieser Datei.

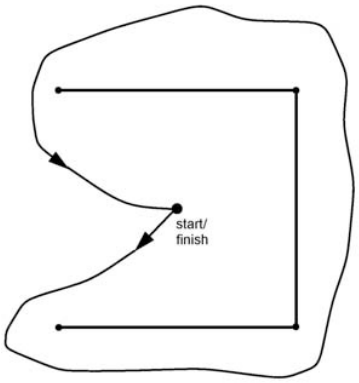
Aufgabe 6

Ein Spiel, das man mit Turnracer spielen kann, ist Slalom. Man startet in (0;0). Ziel ist es, so schnell wie möglich die Ziellinie x = 200 zu passieren. Auf dem Weg muss man um die Punkte (100;0), (130;0), (160;0) und (190;0) herumfahren, zum Beispiel so:



Versucht, in so wenigen Spielzügen wie möglich über die Ziellinie zu kommen. Ihr braucht nicht genau auf der Ziellinie auskommen, müsst sie allerdings passieren. Euer Weg darf natürlich nicht durch einen der 4 Punkte gehen.

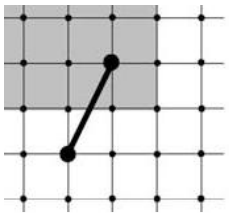
Aufgabe 7



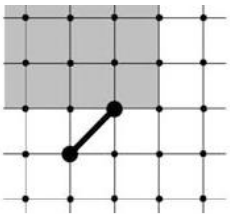
In dem folgenden Spielfeld müsst ihr um die vier Punkte (–10, –10), (10, –10), (10,10) und (–10, 10) herum gehen. Ihr beginnt im Ursprung. Ihr müsst auch wieder in (0;0) enden, aber ihr braucht dort dann nicht still zu stehen. Der Weg darf die gezeichneten Verbindungslinien nicht kreuzen.

Konstruiert einen Weg mit so wenigen Spielzügen wie möglich.

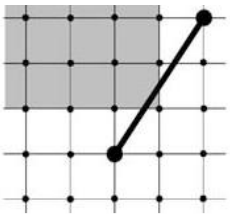
Das Rennen wird noch spannender, wenn ihr unterwegs auf Hindernisse stoßt, denen ihr ausweichen müsst. In den folgenden Abbildungen seht ihr, was man darf und was man nicht darf, wenn man in die Nähe eines Hindernisses (grauen Gebiete) kommt.



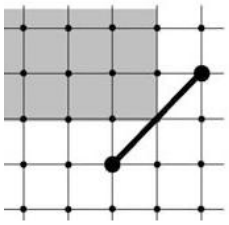
verboten



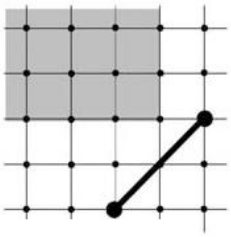
verboten



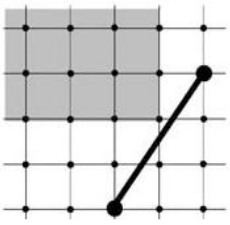
verboten



verboten

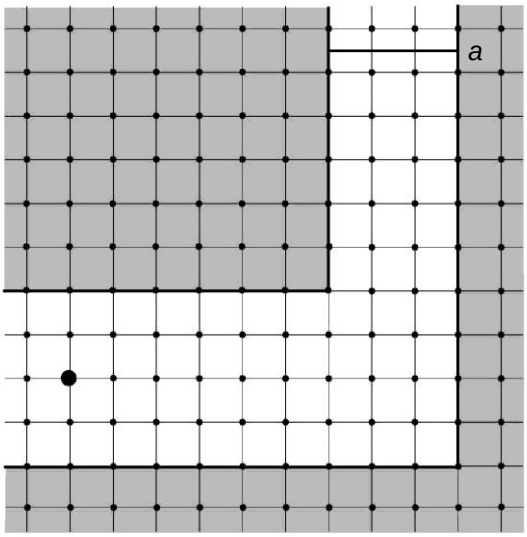


erlaubt



erlaubt

Die grauen Anteile in der unten stehenden Abbildung sind verbotene Gebiete für den sich bewegenden Punkt.



Aufgabe 8

Ihr startet aus dem Stillstand im gezeichneten Punkt. Ihr müsst die Ziellinie a passieren. Findet den schnellsten Weg.

Der Zerlegungssatz

Die Tastenfolge OPNOZO bringt den Punkt von (0;0) nach (10;2). Ihr könnt aus dieser Tastenfolge eine eindimensionale horizontale Bewegung erzeugen, indem jedes N oder Z durch P ersetzt wird.

OP**N**O**Z**O → OP**P**O**P**O

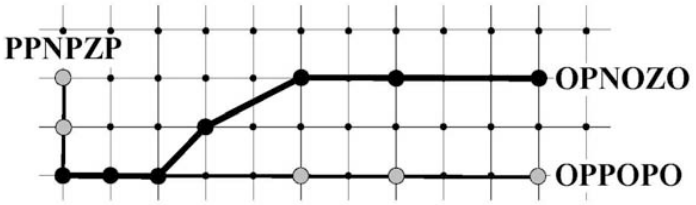
Diese eindimensionale Tastenfolge bringt den Punkt in die Position (10;0).

Auf ähnliche Weise könnt ihr aus der ursprünglichen Bewegung auch eine eindimensionale vertikale Bewegung machen

OPN**O**Z**O** → **P**PN**P**Z**P**

Diese Tastenfolge bringt den Punkt in die Position (0;2).

Diese Trennung in eine horizontale und vertikale Komponente lässt sich folgendermaßen in einer Abbildung veranschaulichen:



Dies kann in einem mathematischen Satz formuliert werden:

Satz
Eine Tastenfolge bestehe aus n Spielzügen. Bei jedem Spielzug wird auf eine der Tasten N, O, S, W oder P gedrückt. Durch diese Folge von Tasteneingaben werde der Punkt von (0;0) nach (x;y) gebracht. Dann gilt:

- Wenn man in dieser Tastenfolge jedes N und jedes S durch P ersetzt, dann bringt die neue Folge von n Spielzügen den Punkt entlang der x-Achse von (0;0) nach (x;0).
- Wenn man in dieser Tastenfolge jedes O und jedes W durch P ersetzt, dann bringt die neue Folge von n Spielzügen den Punkt entlang der y-Achse von (0;0) nach (0;y).

Aufgabe 9

Ein zweidimensionaler Weg, der in (0;0) startet und aus 14 Spielzügen entsteht, wird in eine horizontale und eine vertikale Komponente unterteilt.
Die horizontale Komponente ist: OPPWWPPPPOOPWP
Die vertikale Komponente ist: PNNPPZZZPPPPPZ

a. Rekonstruiert aus diesen beiden Komponenten den zweidimensionalen Weg. Betrachtet für jeden der 14 Spielzüge die 3 Geschwindigkeiten in der horizontalen Komponente, der vertikalen Komponente und für den zweidimensionalen Weg.
b. Welcher Zusammenhang besteht zwischen diesen drei Geschwindigkeiten?
c. Welche Voraussetzungen muss eine Tastenfolge eines zweidimensionalen Weges erfüllen, damit eine Endgeschwindigkeit von Null erreicht wird?

Aufgabe 10

Gegeben ist ein Punkt (x;y) mit ganzen Zahlen x und y. Stellt euch vor, ihr könntet in n Spielzügen vom Ursprung aus nach (x;0) gelangen und könntet auch in n (anderen) Spielzügen vom Ursprung aus nach (0,y) gelangen.

Untersucht unter welchen Umständen es möglich ist, dann auch in n Spielzügen vom Ursprung aus nach (*x,y*) zu kommen.

Palindromwege

Ein *Palindrom* ist ein Umkehrwort. Eins solches Wort ergibt von links nach rechts gelesen dasselbe wie von rechts nach links. Beispiele sind „Anna“, “Otto“ und das niederländische Wort ‘koortsmeetsysteemstrook’. Auch in Tastenzahlen könnt ihr Palindrome erzeugen. Ein Beispiel ist NONZZWPWZZNON. Dies nennen wir einen Palindrom Weg.

Wenn man diese Spielzüge ausführt, endet man dort, wo man begonnen hat, mit Endgeschwindigkeit null.

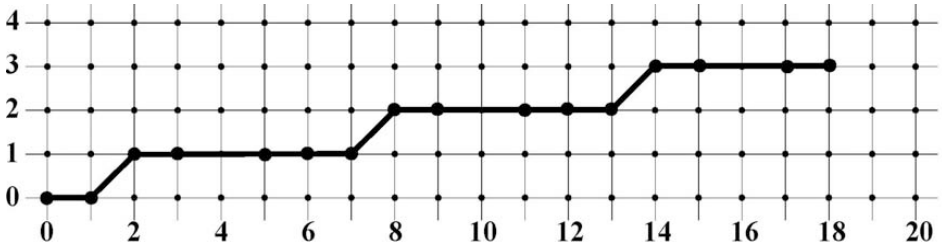
Aufgabe 11

Untersucht, ob es immer wahr ist, dass bei einem Palindromweg der Endpunkt mit dem Startpunkt zusammen fällt und die Endgeschwindigkeit Null ist, oder ob weitere Anforderungen an das Palindrom gestellt werden müssen, um dies zu erreichen. Belegt eure Behauptungen mit guten Argumenten.

Perioden

In diesem Teil betrachten wir Wiederholungen (Perioden). Wir gehen von einer Folge von Spielzügen aus. Die folgenden Phänomene können auftreten.

- Eine Tastenfolge ist periodisch. Das bedeutet, dass die gesamte Folge aus 2 oder mehr Kopien einer kürzeren Folge besteht. Beispielsweise ist die Tastenfolge ONZOWWONZOWWONZOWW periodisch, denn man erhält sie durch dreimalige Wiederholung der Folge ONZOWW.
- Ein Weg ist periodisch. Die Anordnung von Linien und Punkten auf einem Spielfeld kann man in 2 oder mehr gleiche Stücke aufteilen. Beispielsweise ist der in der Abbildung skizzierte Weg periodisch:



- Eine Tastenfolge hat eine periodische Versetzung. Das geschieht, wenn Wiederholungen in den Geschwindigkeitsvektoren vorkommen. Eine Tabelle verdeutlicht dies:

Position	*Geschwindigkeit*	*Position*	*Geschwindigkeit*	*Position*	*Geschwindigkeit*
(0,0)	**(0,0)**	(6,1)	**(0,0)**	(12,2)	**(0,0)**
(1,0)	**(1,0)**	(7,1)	**(1,0)**	(13,2)	**(1,0)**
(2,1)	**(1,1)**	(8,2)	**(1,1)**	(14,3)	**(1,1)**
(3,1)	**(1,0)**	(9,2)	**(1,0)**	(15,3)	**(1,0)**
(5,1)	**(2,0)**	(11,2)	**(2,0)**	(17,3)	**(2,0)**
(6,1)	**(1,0)**	(12,2)	**(1,0)**	(18,3)	**(1,0)**
				(18,3)	X

-

Aufgabe 12

Untersucht die Zusammenhänge zwischen den oben beschriebenen Phänomenen. Erzeugt eine periodische Tastenfolge z.B. immer einen periodischen Weg? Und wenn nicht, gibt es Voraussetzungen unter denen dies dennoch geschieht?

Teil 4: Abschlussaufgaben

Die Einsichten, die ihr in den vorangegangenen Teilen erlangt habt, könnt ihr nun bei den 3 Rennbahnen nutzen, die hier vorgestellt werden.
Natürlich dürft ihr sie alle 3 bearbeiten. Beachtet aber, dass in der Beurteilung eurer Arbeit vor allem auf die Gründlichkeit geachtet wird, mit der ihr ein, zwei, oder auch alle 3 Rennbahnen beschreibt!

Auf den folgenden drei Seiten findet ihr die Rennbahnen. Hier werden die Aufgaben zu den Rennbahnen formuliert.

Rennbahn 1: Bahn mit konstanter Breite

Der Auftrag ist einfach: Startet aus dem Stillstand vom Startpunkt aus. Versucht, so schnell wie möglich (also in so wenigen Spielzügen wie möglich) die Ziellinie zu erreichen.

Rennbahn 2: Rennen um ovalen See

Startet aus dem Stillstand in A. Fahrt im Uhrzeigersinn um den See herum und endet in B. Die Endgeschwindigkeit in B braucht nicht Null zu sein. Findet wieder den schnellsten Weg.

Rennbahn 3: Ein unendlicher Slalom

Eine Rennbahn bei der die Hindernisse 1, 2, 3, 4, 1, 2, ... nicht berührt werden dürfen. Ihr müsst allerdings wohl zwischen ihnen hindurch fahren. Die Anordnung der Hindernisse wiederholt sich unendlich.

Ihr nehmt einen Weg in dieser Reihenfolge:

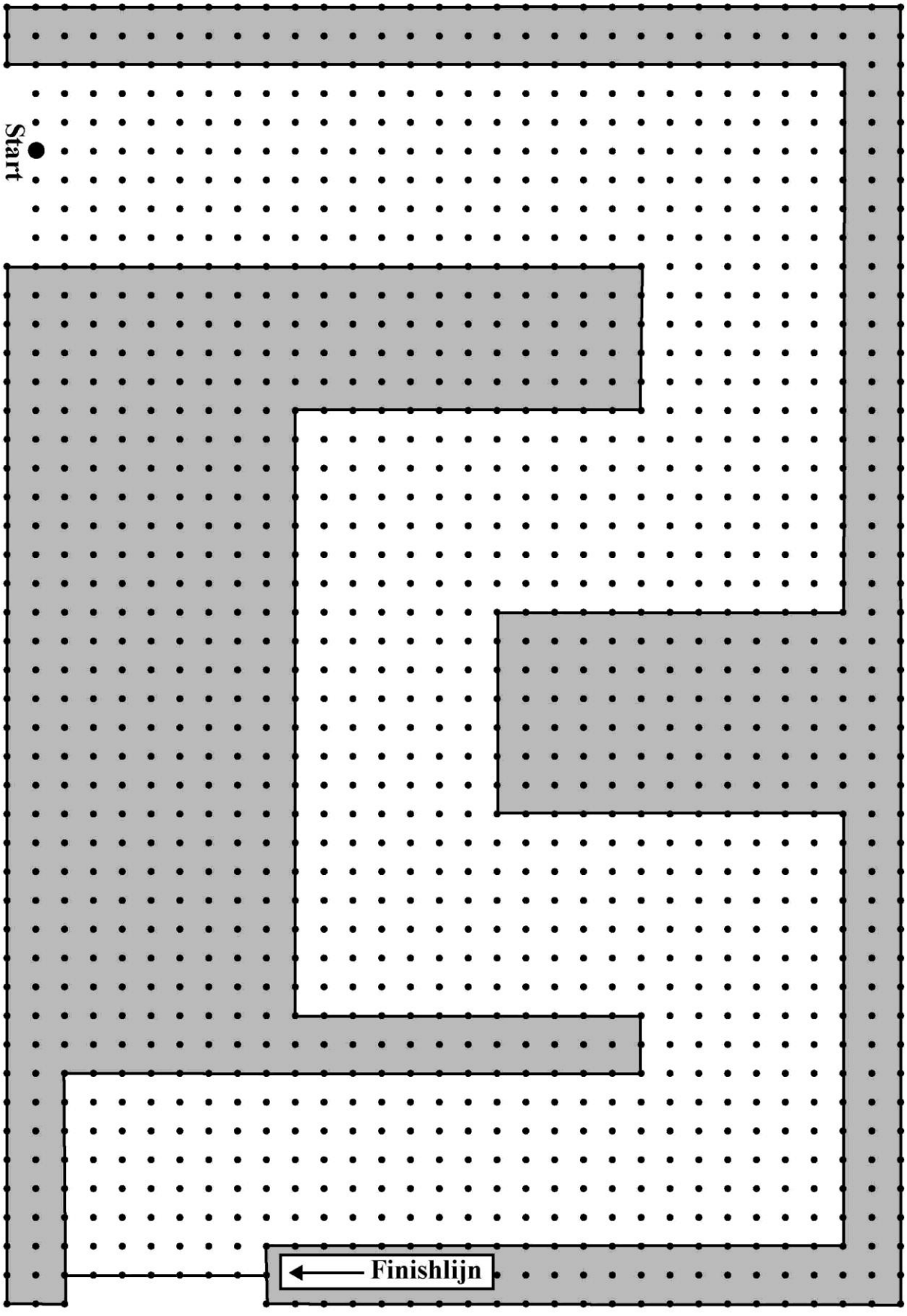
- Fahrt zuerst zwischen 1 und 2 durch, in die Richtung die vom Pfeil angedeutet wird.
- Dann fahrt zwischen 2 und 3 in der gegebenen Richtung hindurch,
- danach zwischen 3 und 4 hindurch und
- danach zwischen 4 und 1 hindurch.

Von hier an wiederholt die ersten Schritte.

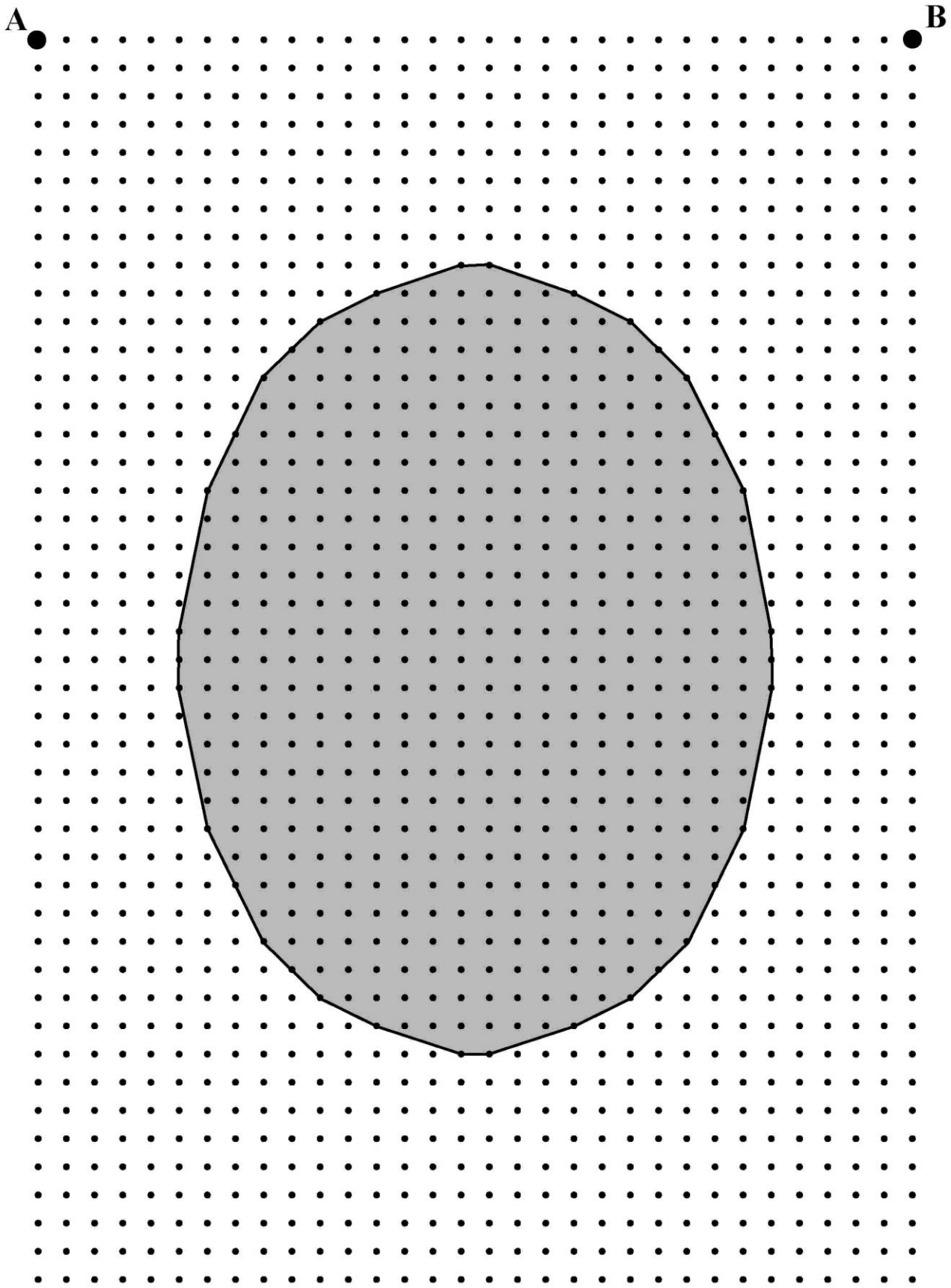
Denkt euch ein Muster für euren Weg aus, das sich unendlich wiederholen lässt. Die Startposition und die Startgeschwindigkeit müsst ihr selber sorgfältig auswählen. Dies ist also der einzige Fall, bei dem ihr nicht aus dem Stillstand starten braucht!

Viel Erfolg!

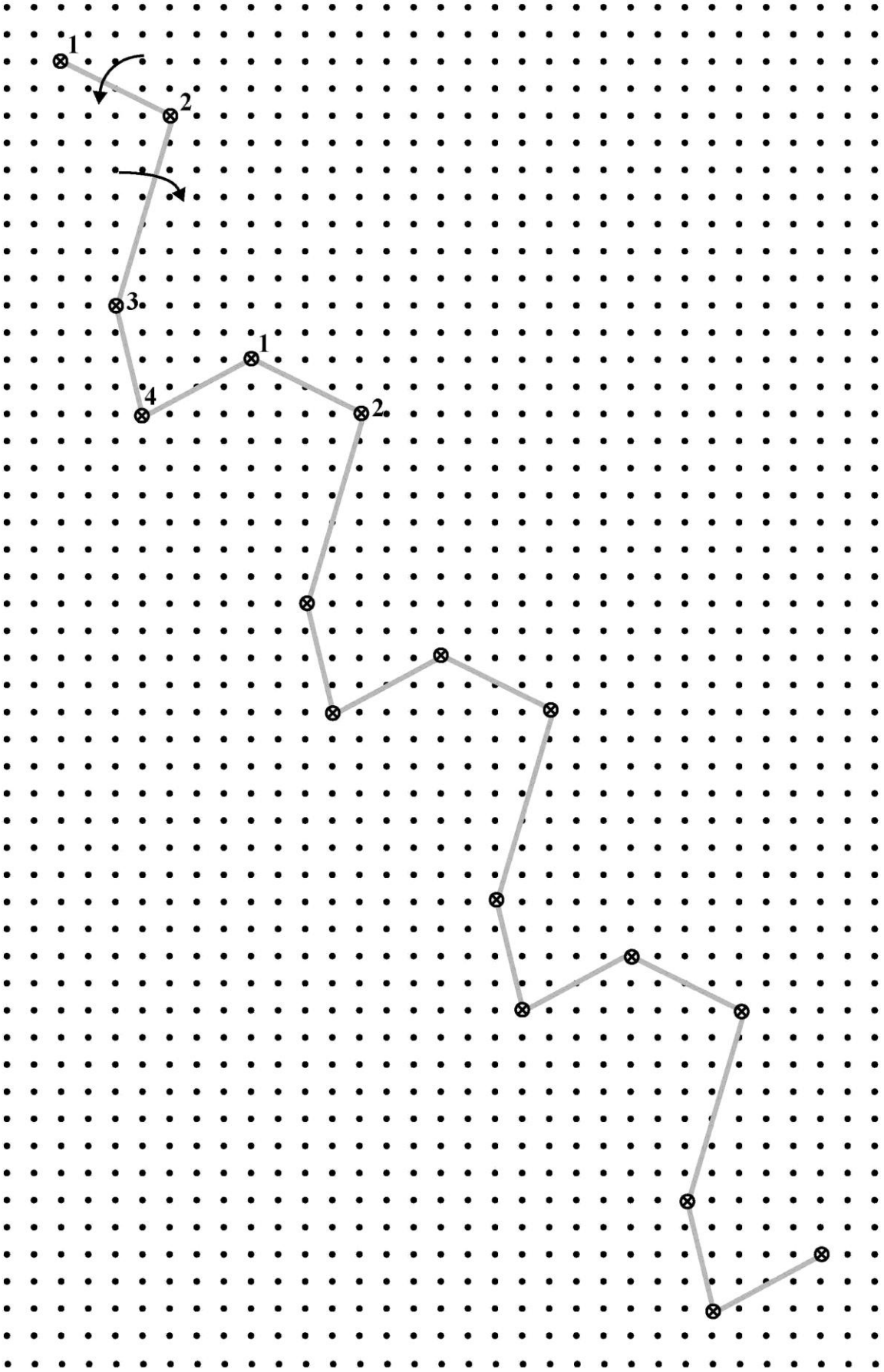
Rennbahn 1: Bahn konstanter Breite



Rennbahn 2: Rennen um den ovalen See



Rennbahn 3: Der unendliche Slalom

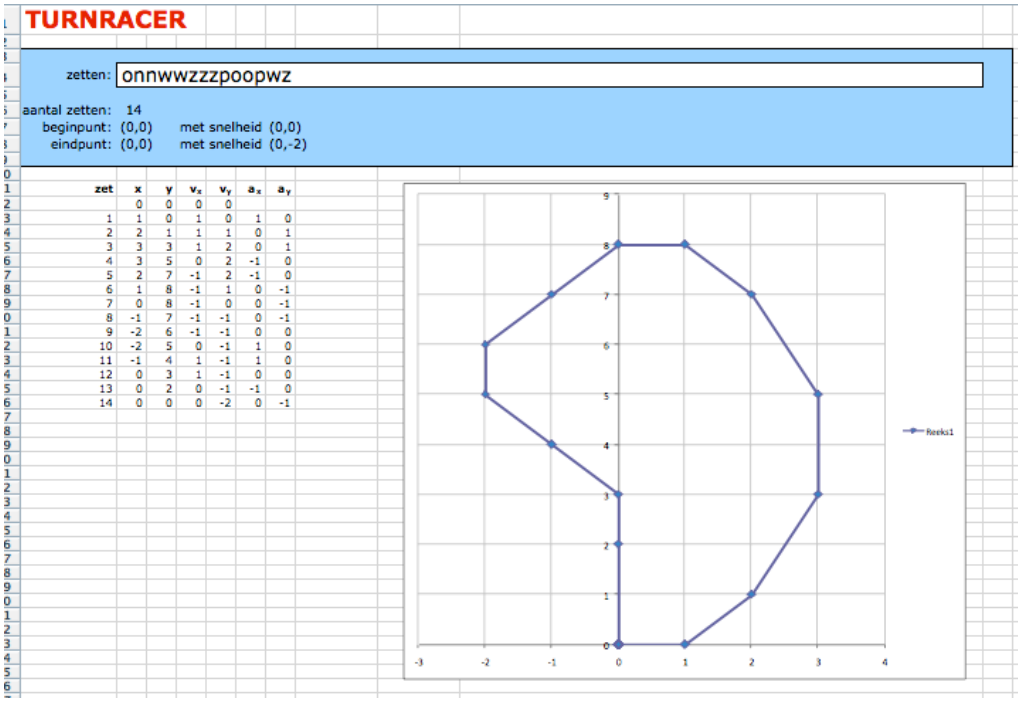


Anlage:

Verwendung der Exceldatei „Turnracer“

Beim Öffnen der Datei erscheint diese Seite. Die niederländischen Begriffe übersetzt man folgendermaßen:

- zet, zetten – Zug, Züge
- aantal zetten – Anzahl der Züge
- beginpunt – Startpunkt
- met snelheid – mit der Geschwindigkeit
- eindpunt – Endpunkt



In Zelle B4 ist die Tastenserie onnwwzzzpoopwz eingefügt (Klein- und Großbuchstaben sind beide erlaubt). Diese Tastenfolge ereugt die gezeigte Zeichnung. Weiterhin wird auf dem Schirm gezeigt:

- die Anzahl Spielzüge und der Anfangs- und Endpunkt, mit dazugehörigen Geschwindigkeiten
- für jeden der Spielzüge: die Nummer, die Position (x;y), die horizontale und vertikale Geschwindigkeit (v_x und v_y) und die Veränderung der Geschwindigkeit bei jedem Spielzug (a_x und a_y)

So stehen in Zeile 20 die Informationen:
Spielzug Nummer 8; die Endposition ist(-1,7); die Geschwindigkeit im Spielzug 8 ist (-1,-1) und die Veränderung dieser Geschwindigkeit (oder die Beschleunigung) im Unterschied zur Geschwindigkeit bei Spielzug 7 ist (0,-1).

In Zelle B4 kannst du die Tastenfolge verändern, indem du

- eine neue Folge eingibst
- die bestehende Folge veränderst